

**Развёрнутая программа курса
«Математическая статистика
и основы теории случайных процессов».
Осенний семестр 2025-2026 учебного года.**

1. Процесс Пуассона:

- многомерное распределение процесса Пуассона,
- математическое ожидание, дисперсия, ковариационная функция,
- теорема о том, что пуассонов поток требований есть процесс Пуассона.

2. Процесс Винера:

- многомерная плотность вероятности процесса Винера,
- математическое ожидание, дисперсия, ковариационная функция,
- процесс Винера как предел дискретных симметричных случайных блужданий,
- аналитические свойства траекторий процесса Винера (без доказательства свойств, выполняющихся с вероятностью единица).

3. Цепи Маркова конечным числом состояний и однородной матрицей перехода:

- матрицы перехода за один и n шагов,
- уравнение Чепмена–Колмогорова,
- финальные вероятности, теорема Маркова о достаточном условии существования финальных вероятностей (без доказательства),
- эргодическое свойство, равенство «среднего по ансамблю» и «среднего по времени».

4. Марковские процессы с конечным числом состояний и однородной матрицей перехода:

- дифференциальные уравнения Колмогорова для матриц перехода (без обоснования дифференцируемости матриц перехода как функций от времени),
- дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний.

5. Выборочные характеристики распределений:

- выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочный момент k -го порядка
- порядковая статистика, вариационный ряд,
- распределение порядковых статистик.

6. Точечные оценки параметра распределения и функций от параметра, несмешённость, состоятельность и минимальность дисперсии:

- несмешённость оценки,
- состоятельность оценки,
- теорема о единственности несмешённой оценки минимальной дисперсии.

7. Эффективные оценки одномерного параметра распределения:

- теорема Крамера–Рao,
- связь эффективных оценок и несмешённых оценок минимальной дисперсии,
- связь эффективных оценок и оценок максимального правдоподобия.

8. Достаточные статистики:

- теорема о факторизации,
- теорема Блекуэлла–Колмогорова,

9. Оценки максимального правдоподобия и оценки метода моментов:

- связь оценок максимального правдоподобия с эффективными оценками,
- оценки максимального правдоподобия при наличии достаточной статистики,
- оценки метода моментов, их состоятельность.

10. Несмешённые оценки минимальной дисперсии параметров линейной схемы измерений:

- линейная схема измерений,
- постановка и решение задачи линейной регрессии,
- связь стохастической задачи линейной регрессии с методом наименьших квадратов.

11. Общая задача интервального оценивания, асимптотические интервальные оценки:

- метод построения интервальной оценки,
- понятие асимптотической интервальной оценки,
- пример построения асимптотических интервальных оценок.

12. Интервальные оценки параметров нормального распределения:

- интервальная оценка математического ожидания при известной дисперсии,
- интервальная оценки дисперсии при известном математическом ожидании,
- интервальная оценка математического ожидания при неизвестной дисперсии,
- интервальная оценки дисперсии при неизвестном математическом ожидании.

13. Общая задача проверки гипотез, лемма Неймана–Пирсона:

- наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы против простой альтернативы, лемма Неймана–Пирсона (нерандомизированный критерий),
- понятие о рандомизированном наиболее мощном критерии проверки простой гипотезы против простой альтернативы, лемма Неймана–Пирсона с рандомизацией (без доказательства),
- равномерно наиболее мощные критерии проверки простой гипотезы против сложной альтернативы.

14. Инвариантные и локально наиболее мощные критерии:

- понятие об инвариантных критериях,
- обобщенная лемма Неймана–Пирсона,
- локально наиболее мощные критерии для односторонних и двусторонней альтернатив.

15. Непараметрические задачи проверки гипотез о распределении выборки:

- критерий Колмогорова проверки гипотезы,
- критерий хи-квадрат,

16. Задачи проверки гипотез о равенстве параметров нормального распределения в двух выборках:

- критерий Стьюдента проверки гипотез о равенстве средних
- критерий Фишера о равенстве дисперсий двух нормальных выборок.

17. Надёжность гипотезы (p-value):

- понятие надёжности гипотезы (p-value),
- надёжность как случайная величина, пример вычисления распределения надёжности в случае простой гипотезы и простой альтернативы.

Рекомендованная литература

1. Пытьев Ю. П., Шишмарев И. А. Теория вероятностей, математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков. — Издательство МГУ, Москва, 2023. — 410 с.
2. Чернова Н. И. Математическая статистика: Учебное пособие — Издательство НГУ, Новосибирск, 2007. — 148 с.
3. Коршунов Д. А., Чернова Н. И. Сборник задач и упражнений по математической статистике. Учебное пособие. 2-е изд., испр. — Издательство во Института математики СО РАН, Новосибирск, 2004. — 128 с.
4. Горяинов В. Б., Павлов И. В., Цветкова Г. М. Математическая статистика: Учебник для вузов. — Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, 2001. — 424 с..

В программу входят доказательства теорем и свойств, а также вывод уравнений и формул, указанных в списке, если иное не оговорено особо.