

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ВЕСНА 2020 г.

Программа курса

1. Понятие предела последовательности событий:
 - определение верхнего и нижнего пределов последовательностей множеств;
 - существование предела монотонных (по включению) последовательностей множеств.
2. Алгебры и сигма-алгебры событий:
 - событие как подмножество множества элементарных исходов, операции объединения, пересечения и дополнения, их свойства;
 - определение и свойства алгебр и сигма-алгебр подмножеств множества Ω , примеры.
3. Аксиомы вероятности и следствия из них:
 - простейшие следствия из аксиом: вероятность дополнения к событию, вероятность объединения событий, монотонность вероятности относительно включения множеств;
 - теоремы о непрерывности вероятности для монотонных и произвольных последовательностей событий.
4. Условная вероятность:
 - вероятностное пространство условной вероятности (аксиоматическое определение);
 - свойства условной вероятности, формула полной вероятности и формула Байеса.
5. Независимость событий:
 - определение попарной и совокупной независимости событий;
 - свойства независимых событий.
6. Биномиальная схема независимых испытаний:
 - вероятностное пространство биномиальной схемы независимых испытаний (аксиоматическое определение);
 - биномиальное распределение и отрицательное биномиальное распределение;
 - теорема Пуассона, интегральная и локальная теоремы Муавра–Лапласа.
7. Понятие случайной величины:
 - определение случайной величины, функция распределения, плотность распределения;
 - типы распределений (дискретное, абсолютно непрерывное);
 - свойства функции распределения.
8. Понятие многомерной случайной величины, независимость случайных величин:
 - совместная функция распределения, совместная плотность распределения;
 - независимость случайных величин попарная и в совокупности, теорема о независимости функций от независимых случайных величин.
9. Условные распределения и условные плотности распределения:
 - определение условного распределения для дискретного и абсолютно непрерывного совместных распределений двух случайных величин;
 - формулы полной вероятности и формулы Байеса для условных плотностей.
10. Математическое ожидание:
 - определение математического ожидания (общая формула, формулы для дискретного и абсолютно непрерывного распределений);
 - свойства математического ожидания сумм и произведений случайных величин;
 - неравенство Чебышёва;
 - неравенство Коши–Буняковского для моментов случайных величин.

11. Дисперсия и коэффициент ковариации:
 - определение дисперсии случайной величины и матрицы ковариаций случайного вектора;
 - свойства дисперсии и матрицы ковариаций;
 - коэффициент корреляции, его свойства
12. Характеристические функции и их свойства.
 - определение и простейшие свойства (характеристическая функция суммы независимых случайных величин, связь производных характеристической функции с начальными моментами случайной величины, преобразование характеристической функции при линейном преобразовании случайной величины);
 - теорема о связи сходимости последовательности характеристических функций со сходимостью по распределению (без доказательства).
13. Приближение случайной величины функциями от другой случайной величины:
 - аппроксимация одномерной случайной величины постоянной и линейной функциями;
 - общая задача аппроксимации одномерной случайной величины условное математическое ожидание.
14. Сходимости последовательностей случайных величин с вероятностью единица (почти наверное), в среднем квадратичном, по вероятности, по распределению.
15. Законы больших чисел в форме Чебышёва, теорема Бернулли.
16. Центральная предельная теорема и интегральная теорема Муавра–Лапласа.
17. Понятие об однородной цепи Маркова с конечным числом состояний:
 - цепь Маркова как последовательность случайных величин, совместное распределение первых n шагов цепи Маркова;
 - определение и свойства матриц перехода за один и n шагов.

Список литературы

- [1] Ю. П. Пытьев, И. А. Шишмарёв, «Теория вероятностей, Математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков», М.: МГУ, 2010.
- [2] Б. В. Гнеденко, «Курс теории вероятностей», М.: Едиториал УРСС, 2005.
- [3] А. Н. Ширяев, «Вероятность», М.: МЦНМО, 2004.
- [4] Р. Феллер, «Введение в теорию вероятностей и ее приложения», М.: Мир, 1984.
- [5] Материалы на сайте кафедры математического моделирования и информатики, <http://cmp.phys.msu.ru/ru/study/probability>.