

I. Понятия и формулы.

1. Операции объединения, пересечения и дополнения множеств элементарных исходов.
2. Формулы коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности операций объединения и пересечения.
3. Формула двойственности для операций объединения и пересечения.
4. Алгебры и сигма-алгебры подмножеств множества  $\Omega$ .
5. Верхний и нижний предел последовательности множеств, сходимость последовательностей множеств.
6. Аксиомы вероятности.
7. Формулы для вероятности дополнения к событию, вероятности объединения событий.
8. Условная вероятность события  $A$  при условии, что произошло событие  $B$ .
9. Формула полной вероятности и формула Байеса.
10. Попарная и совокупная независимость событий.
11. Определение случайной величины, заданной на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ .
12. Функция распределения случайной величины.
13. Совместная функция распределения случайных величин  $\xi_1, \dots, \xi_n$ .
14. Совместная плотность вероятности случайных величин  $\xi_1, \dots, \xi_n$ .
15. Формулы для расчёта одномерной функции распределения и плотности вероятности по заданной многомерной функции распределения и плотности вероятности.
16. Совокупная независимость случайных величин.
17. Условное распределение случайной величины  $\xi$  при условии, что фиксировано значение случайной величины  $\eta$ , в случае совместного дискретного распределения.
18. Условная плотность вероятности случайной величины  $\xi$  при условии, что фиксировано значение случайной величины  $\eta$ , в случае совместного абсолютно непрерывного распределения.
19. Математическое ожидание случайной величины: общая формула, формулы для дискретного и абсолютно непрерывного распределений.
20. Дисперсия случайной величины.
21. Ковариация (коэффициент ковариации) случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
22. Коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
23. Характеристическая функция случайной величины: общая формула, формулы для дискретного и абсолютно непрерывного распределений.
24. Сходимости последовательностей случайных величин с вероятностью единица (почти наверное), в среднем квадратичном, по вероятности, по распределению.
25. Биномиальное распределение, его математическое ожидание и дисперсия.
26. Распределение Пуассона, его математическое ожидание и дисперсия.
27. Экспоненциальное распределение с параметром  $a > 0$ , его математическое ожидание и дисперсия.
28. Нормальное распределение с параметрами  $\mu$  и  $\sigma^2$ , его математическое ожидание и дисперсия, характеристическая функция.
29. Однородная цепь Маркова с конечным числом состояний.
30. Матрица перехода в цепи Маркова за один и  $n$  шагов цепи Маркова.

## II. Утверждения и теоремы.

1. Существование предела монотонных (по включению) последовательностей множеств.
2. Простейшие следствия из аксиом вероятности: вероятность дополнения к событию, вероятность объединения событий, монотонность вероятности относительно включения множеств.
3. Свойства независимых событий.
4. Теоремы о непрерывности вероятности для монотонных и произвольных последовательностей событий.
5. Формула полной вероятности и формула Байеса для событий.
6. Базовые свойства функции распределения случайной величины: монотонность, предельные значения при  $x \rightarrow \pm\infty$ , непрерывность.
7. Формула, позволяющая найти  $P(\xi = x)$  через предельное значение функции распределения.
8. Формула для плотности вероятности суммы двух независимых абсолютно непрерывно распределённых случайных величин.
9. Формула полной вероятности и формула Байеса для условных дискретных распределений и условных плотностей вероятности.
10. Математическое ожидание линейной комбинации случайных величин.
11. Математическое ожидание произведения случайных величин.
12. Дисперсия суммы случайных величин.
13. Характеристическая функция суммы независимых случайных величин.
14. Связь производных характеристической функции с начальными моментами случайной величины.
15. Теорема о связи сходимости последовательности характеристических функций со сходимостью по распределению (без доказательства).
16. Неравенство Чебышёва.
17. Неравенство Коши–Буняковского для моментов случайных величин.

## Список литературы

- [1] Ю. П. Пытьев, И. А. Шишмарёв, «Теория вероятностей, Математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков», М.: МГУ, 2010.
- [2] Б. В. Гнеденко, «Курс теории вероятностей», М.: Едиториал УРСС, 2005.
- [3] А. Н. Ширяев, «Вероятность», М.: МЦНМО, 2004.
- [4] Р. Феллер, «Введение в теорию вероятностей и ее приложения», М.: Мир, 1984.
- [5] Материалы на сайте кафедры математического моделирования и информатики, <http://cmp.phys.msu.ru/ru/study/probability>.