

**Программа курса**  
**«Математическая статистика и основы теории случайных процессов»**  
**Осень 2023 г.**

1. Общие понятия математической статистики. Выборка объема  $n$ , статистика, функция правдоподобия, выборочные статистики. Вариационный ряд. Распределение порядковых статистик.
2. Распределения вероятностей, характерные для методов математической статистики: многомерное нормальное, хи-квадрат, Стьюдента, Снедекора–Фишера. Распределение ортогональных проекций.
3. Общий метод интервального оценивания. Асимптотические интервальные оценки.
4. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
5. Точечные оценки параметров распределений. Несмещённость, асимптотическая несмещённость, состоятельность. Среднеквадратичная точность оценивания, сравнение оценок по точности.
6. Несмещённые оценки минимальной дисперсии. Единственность несмещённой оценки минимальной дисперсии.
7. Неравенство Крамера–Рао. Эффективные оценки. Экспоненциальное семейство распределений.
8. Достаточные статистики. Теорема о факторизации как необходимое и достаточное условие достаточности статистики. Достаточность эффективных оценок. Теорема Блэкуэлла–Колмогорова.
9. Полные достаточные статистики. Функция полной достаточной статистики как несмещённая оценка минимальной дисперсии для своего математического ожидания.
10. Оценки максимального правдоподобия, связь с эффективностью. Метод моментов. Состоятельность оценок, полученных методом моментов.
11. Линейная схема измерений. Теорема Гаусса–Маркова.
12. Проверка статистических гипотез. Фундаментальная лемма Неймана–Пирсона. Наиболее мощные критерии. Рандомизация.
13. Равномерно наиболее мощные критерии. Локально наиболее мощные критерии.
14. Непараметрические критерии: критерии хи-квадрат, Колмогорова–Смирнова. Задача о сравнении средних и задача о сравнении дисперсий для нормального распределения.
15. Надёжность статистической гипотезы ( $p$ -value).
16. Основные понятия теории случайных процессов: многомерные распределения, моменты, ковариационная функция. Процессы с независимыми приращениями.
17. Процесс Пуассона. Пуассонов поток требований.
18. Случайные блуждания по прямой.
19. Процесс Винера. Свойства траекторий.
20. Марковские процессы с конечным числом состояний и непрерывным временем. Система дифференциальных уравнений Колмогорова.

## **Литература.**

1. Ю. П. Пытьев, И. А. Шишмарёв, Теория вероятностей, Математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков. М.: МГУ, 2010.
2. Н. И. Чернова Математическая статистика. Учебное пособие. Новосибирск, НГУ, 2007.
3. Д.А. Коршунов, Н. И. Чернова, Сборник задач и упражнений по математической статистике. Новосибирск, Ин-т Математики СО РАН, 2004.