

**Методы функционального анализа  
в задачах редукции  
Вопросы к экзамену. 2012 г.**

1. Понятие элемента  $\xi$ , случайного в слабом смысле, со значениями в бесконечномерном действительном гильбертовом пространстве. Определение математического ожидания и ковариационного оператора, их свойства.
2. Задача наилучшего в среднем квадратичном линейного оценивания случайного элемента по данным наблюдения другого случайного элемента.
3. Задача редукции измерения  $\xi = Af + \nu$  к виду  $\eta = Uf$  в модели  $[A, f_0, F, \Sigma]$ .
4. Оператор, псевдообратный к замкнутому плотно определённом оператору  $A$ : определение и простейшие свойства (линейность, замкнутость, структура линейных многообразий  $\mathcal{N}(A^-)$  и  $\mathcal{R}(A^-)$ , свойства операторов  $AA^-$  и  $A^-A$ ,  $AA^-A$  и  $A^-AA^-$ ).
5. Свойства псевдообращения  $(A^-)^- = A$ ,  $A^- = A^{-1}$  и  $(A^*)^- = (A^-)^*$ .
6. Решение вариационных задач с помощью псевдообращения: метод наименьших квадратов и метод наименьших квадратов с регуляризацией, постановка и решение.
7. Метод наименьших квадратов с регуляризацией, решение и его связь с решением метода наименьших квадратов.
8. Решение уравнения  $Ax = y$  и операторных уравнений  $AX = Y$ ,  $RA = U$ .
9. Задача редукции измерения  $\xi = Af + \nu$  к виду  $\eta = Uf$  в модели  $[A, \tilde{I}]$ : постановка и решение.
10. Минимаксные свойства сингулярных базисов операторов  $A$  и  $A^-$  в случае компактного оператора  $A$ .
11. Минимаксное свойство сингулярных базисов оператора  $A^-$  в случае компактного оператора  $A$ . Эффективный ранг модели  $[A, \tilde{I}]$  измерения  $\xi = Af + \nu$ : постановка задачи и решение.