Основные научные направления кафедры математического моделирования и информатики

http://cmp.phys.msu.su/

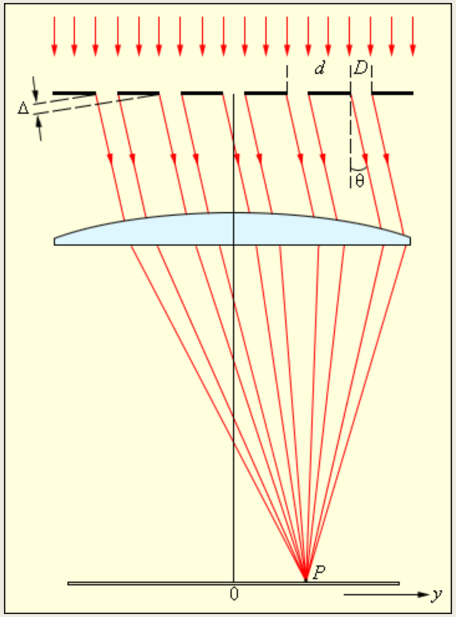
E-mail: achulichkov@gmail.com

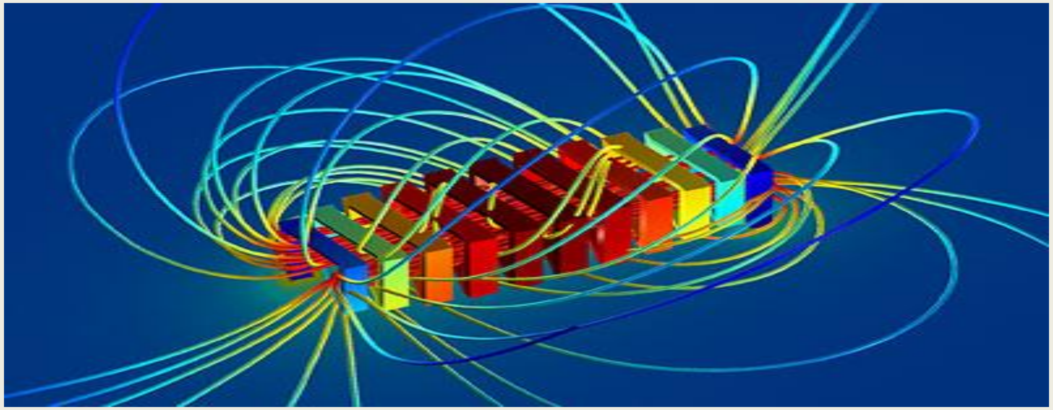
Методы теории измерительно-вычислительных преобразователей

Теория ИВП отвечает на вопрос:

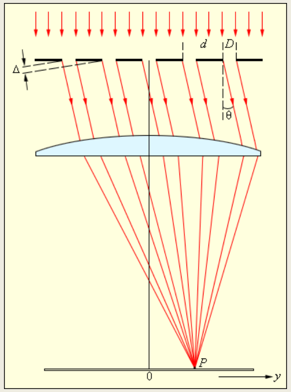
как добиться наилучших результатов экспериментальных исследований, в которых для анализа и интерпретации экспериментальных данных используется компьютер?

Теория ИВП разработана на физическом факультете МГУ в работах проф. Ю.П.Пытьева и его учеников.





Измерительные процессы контролируются физическими законами со свойственными им ограничениями и запретами

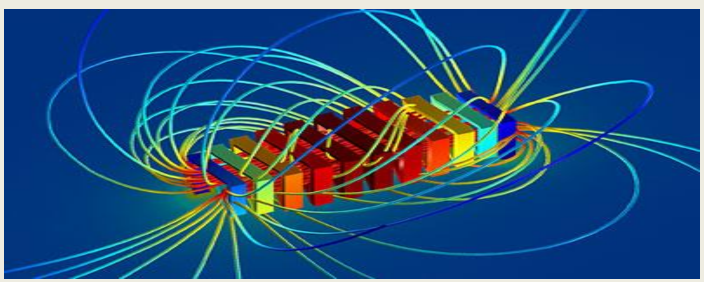


+

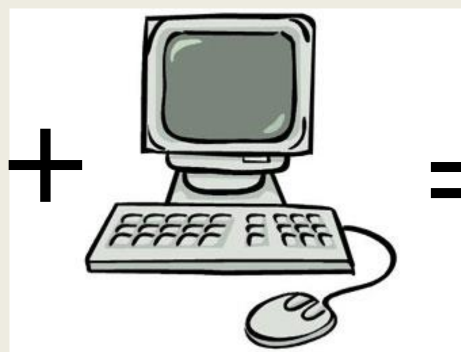
= ?

+

= ?



+



= ?

Свойства ИВП как измерительного прибора определяются законами иной природы – как физической, так и математической.

Принципы теории ИВП

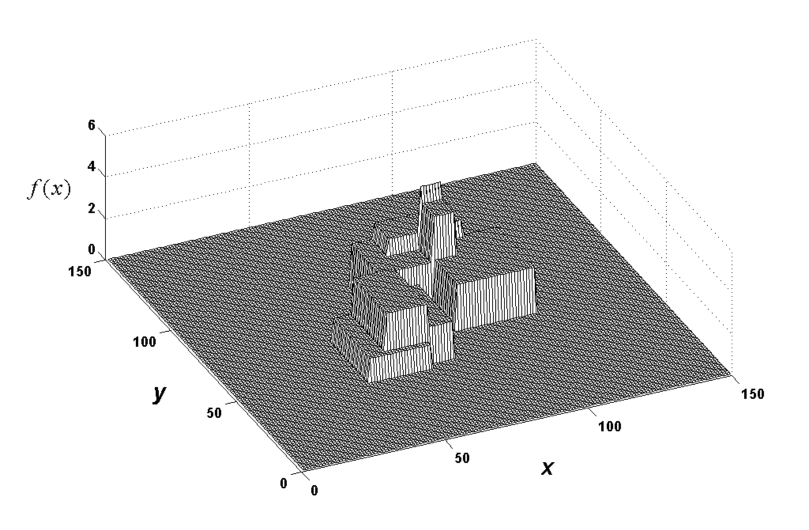
Способ конструирования измерительных преобразователей

$\neq$

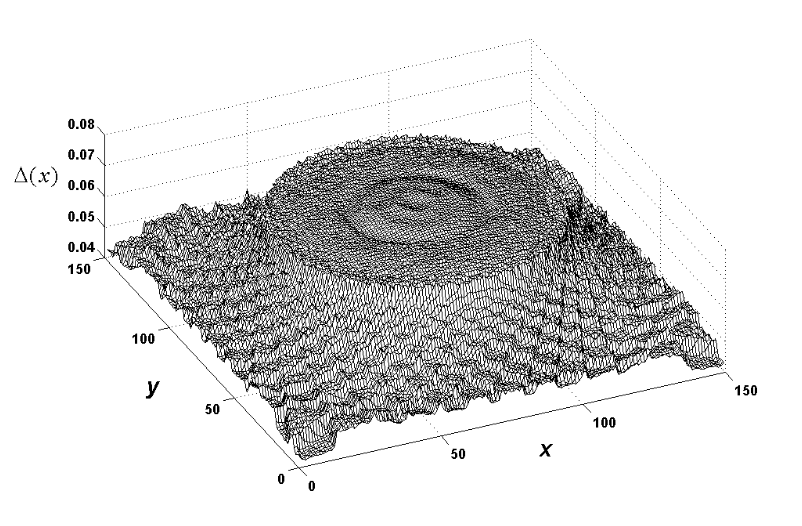
Способ конструирования измерительных преобразователей в составе ИВП

- Требования к характеристикам ИП, обеспечивающим максимальную точность синтеза на ИВП выходного сигнала идеального ИП, существенно отличающиеся от требований к характеристикам ИП, обеспечивающим его высокое качество как средства измерения того же назначения.

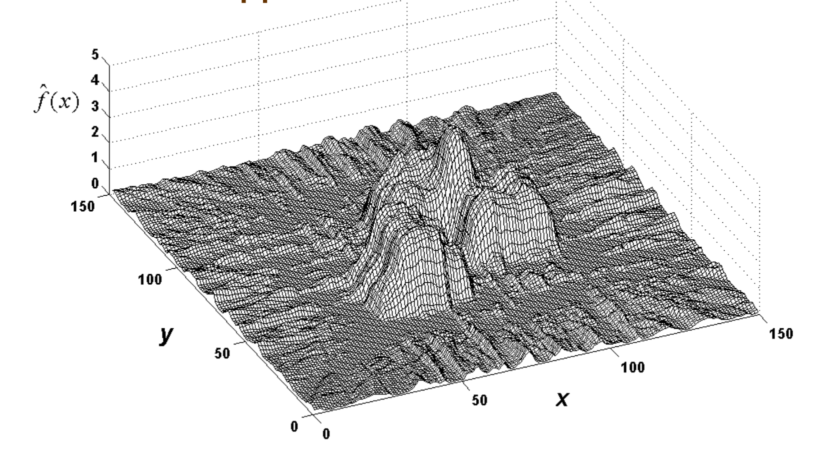
ИВП «томограф+ЭВМ»



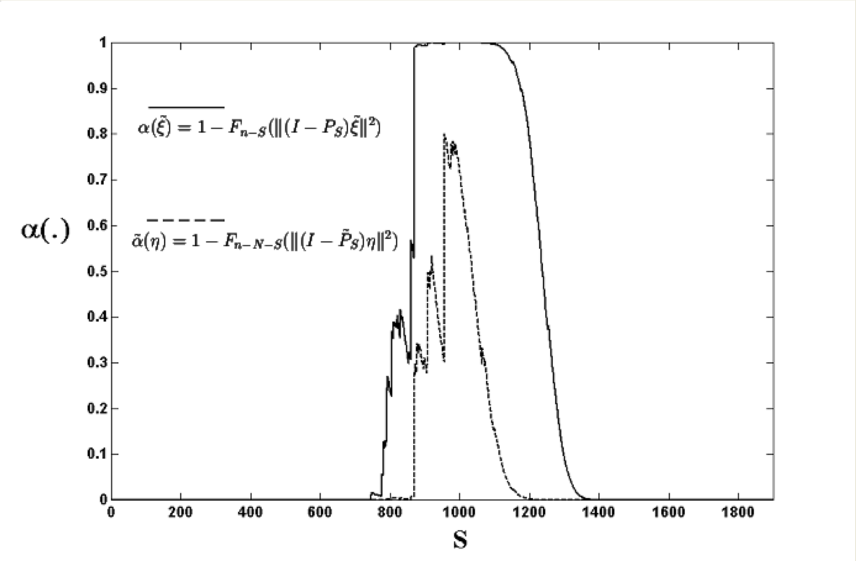
«Входной сигнал»



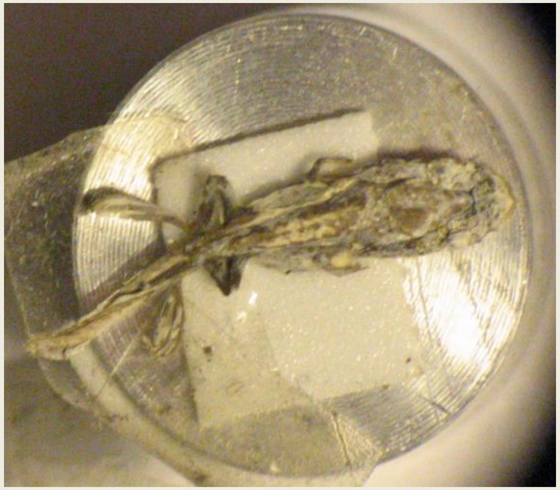
С.к. погрешность оценки входного сигнала

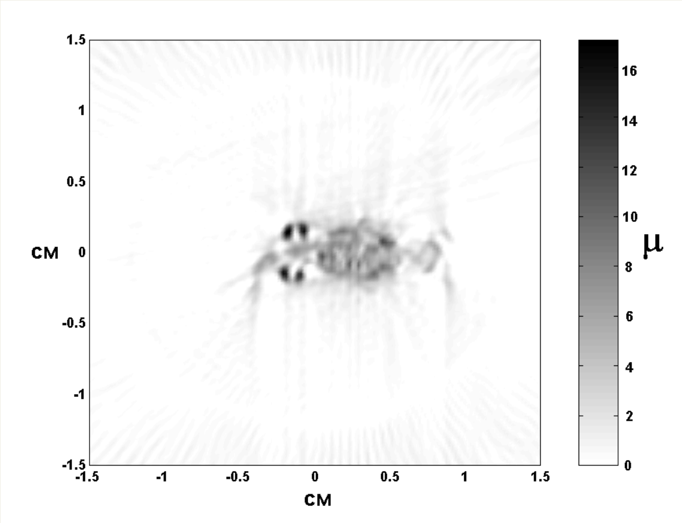


Оценка входного сигнала



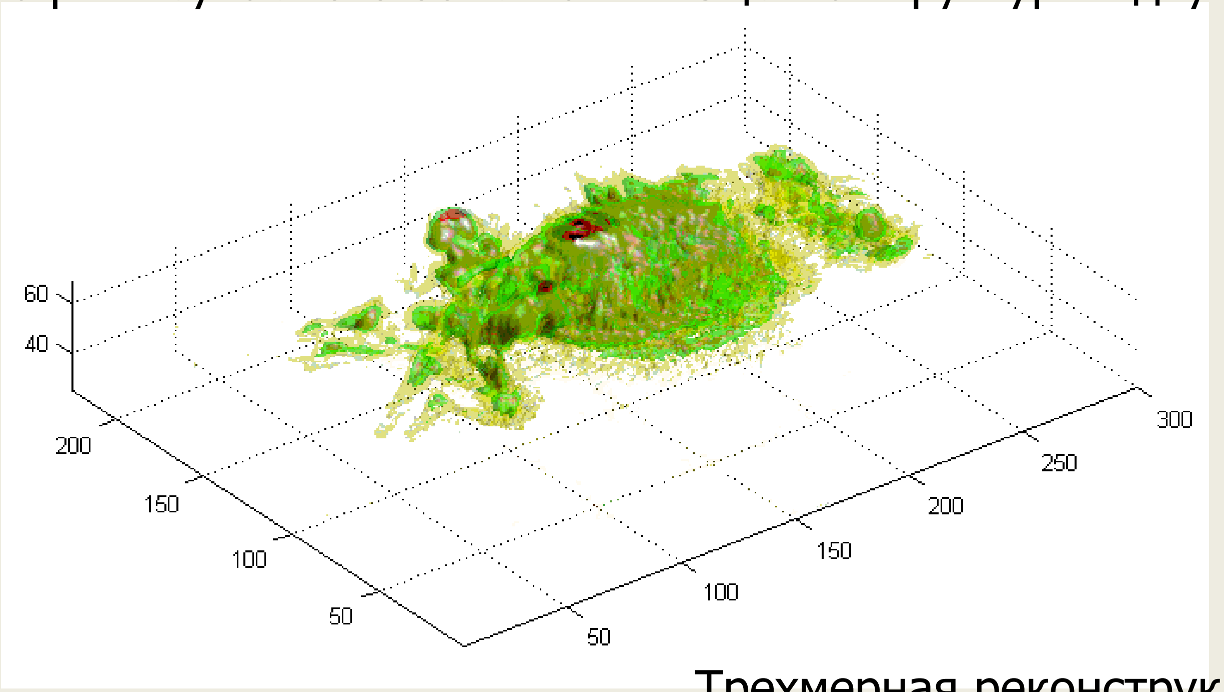
Адекватность модели в зависимости от размерности оцениваемой проекции входного сигнала



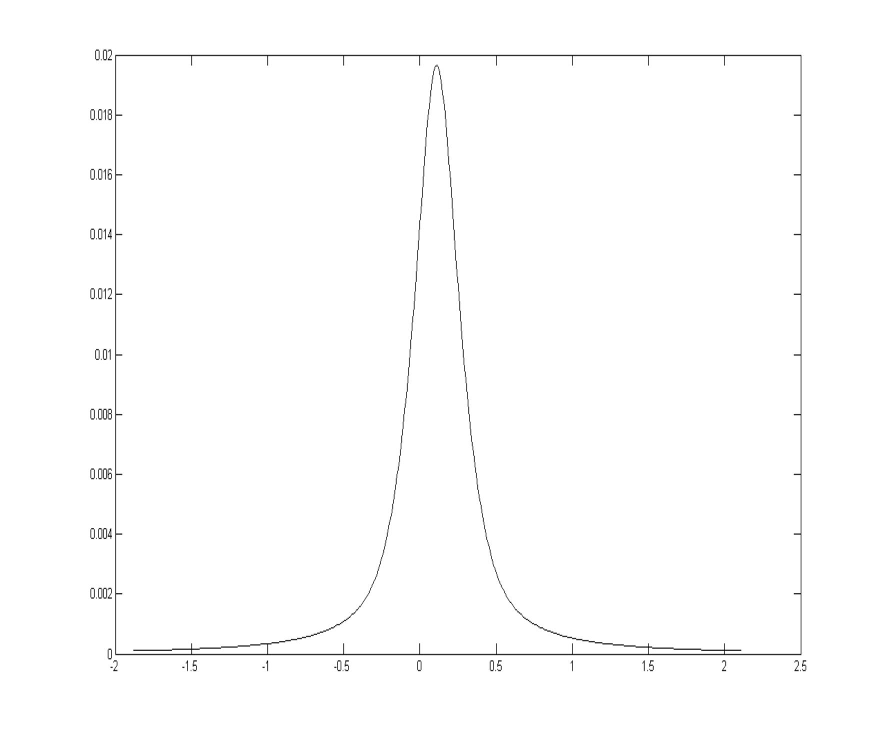


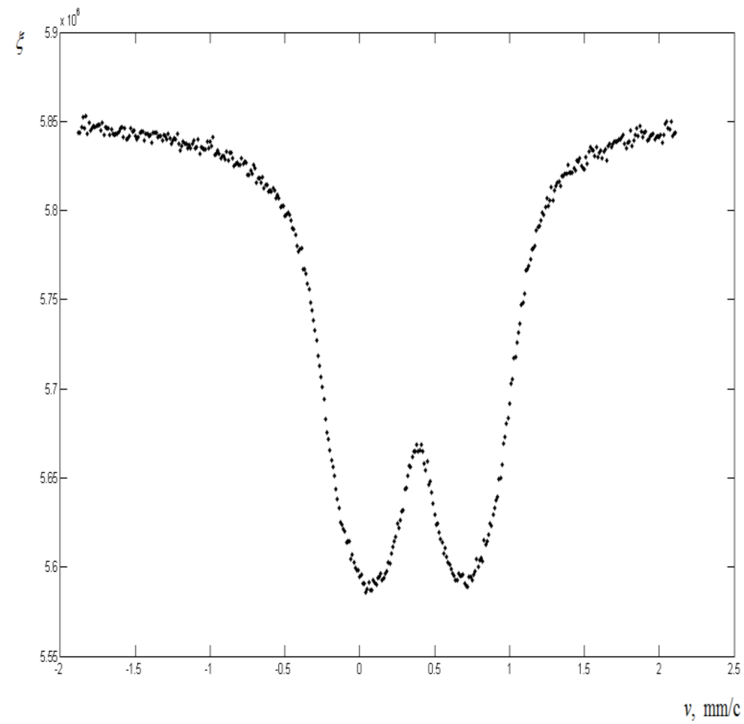
Фотография изучаемого объекта

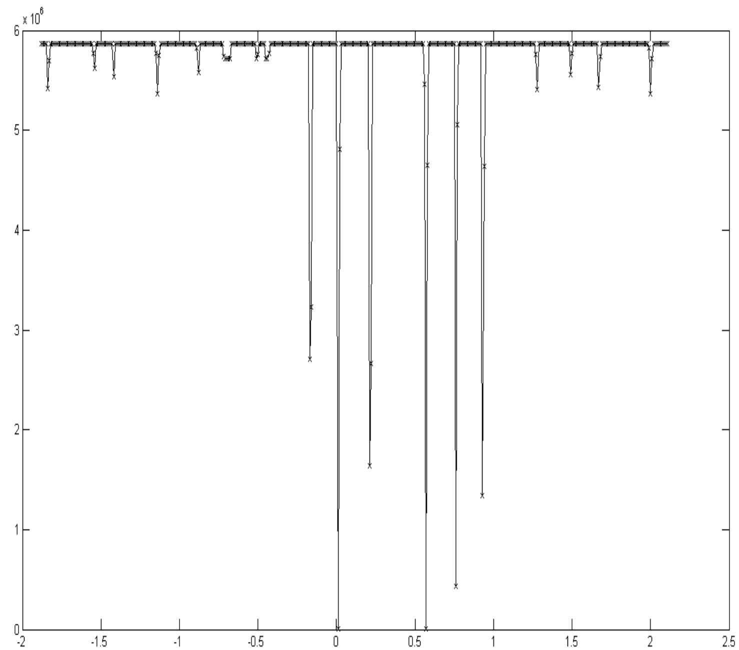
Оценка структуры «двумерного среза»



Трехмерная реконструкция объекта



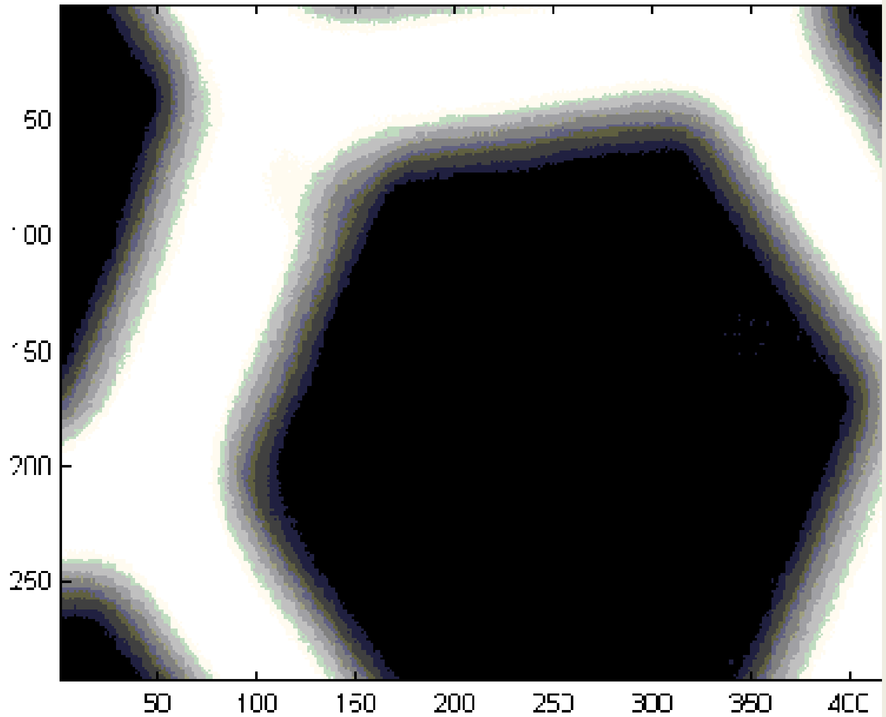


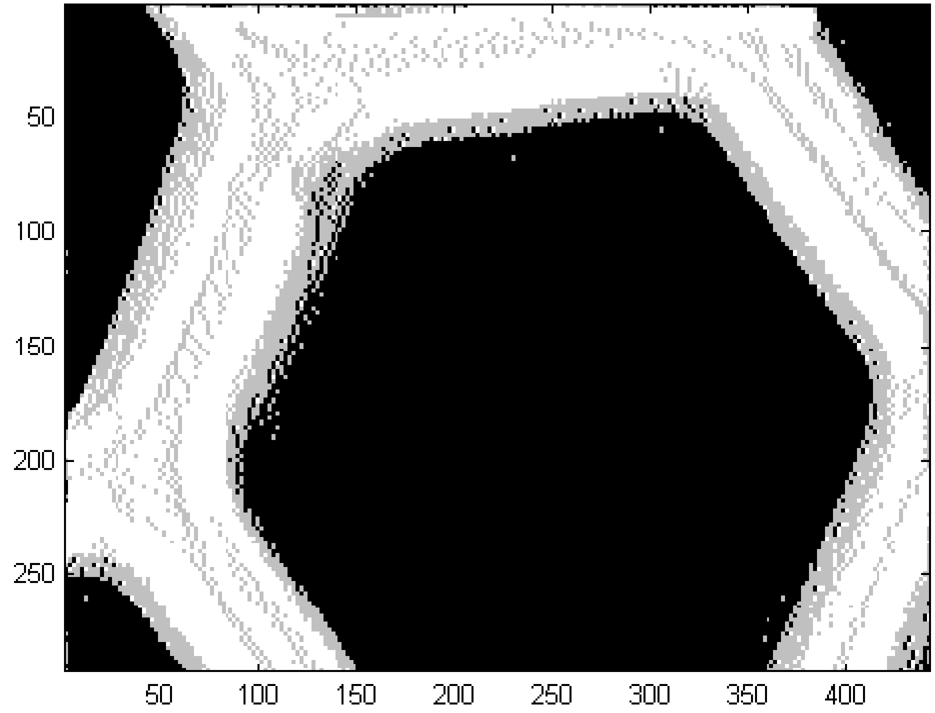


Вверху слева – аппаратная функция спектрометра

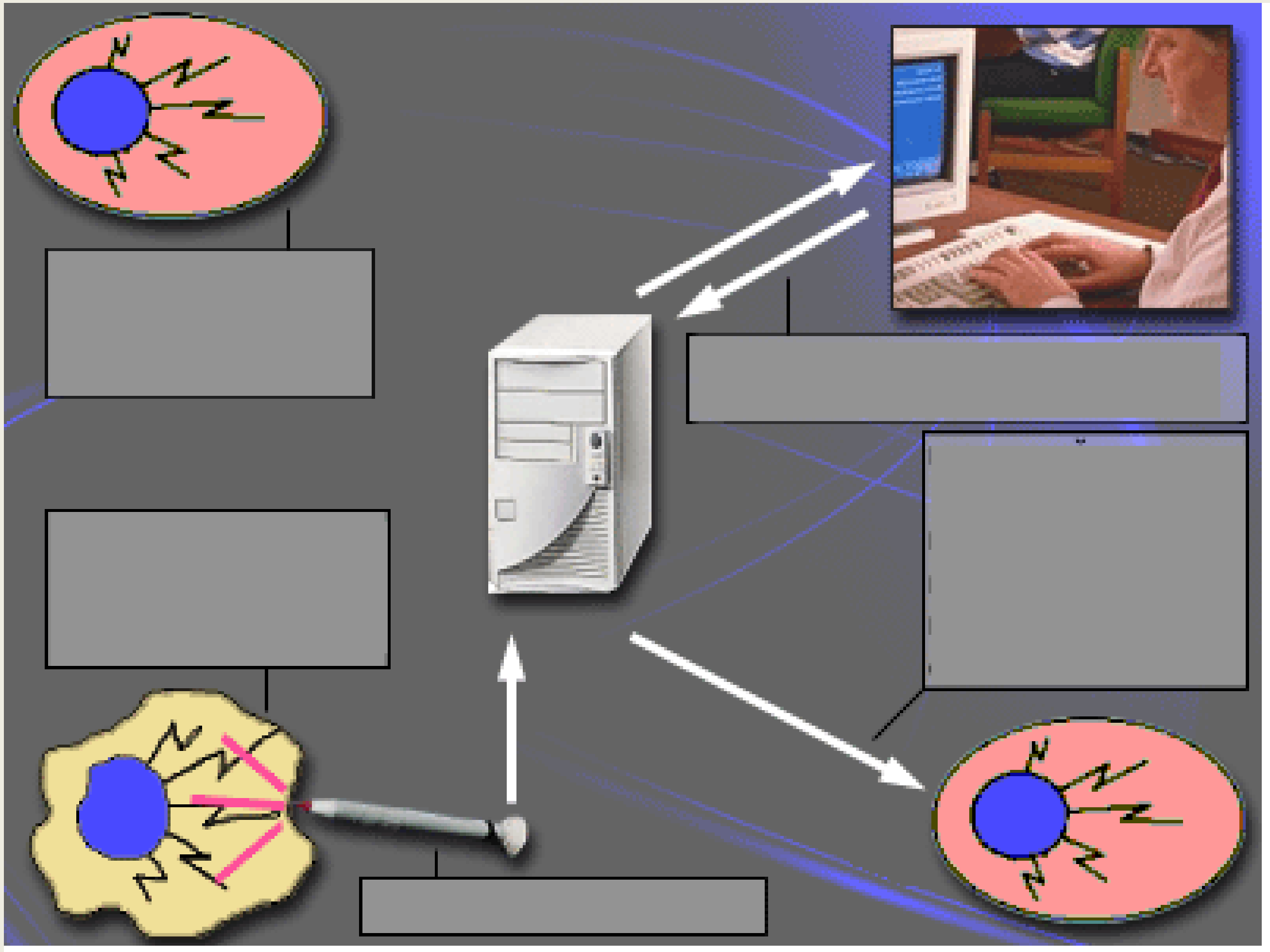
Внизу – оценка спектра на входе спектрометра

Вверху справа – измеренный спектр





Слева – выходное изображение РЭМ,
Справа – результат оценивания выходного изображения идеального измерительного прибора



- Имеется возможность «интеллектуального диалога» исследователя и ИВП

Морфологический анализ изображений и сигналов

Что такое методы морфологического анализа

- Методы решения задач узнавания, классификации объектов, оценки параметров объектов, выделения различия в сценах по их изображениям (сигналам). Основаны на понятии формы сигнала.

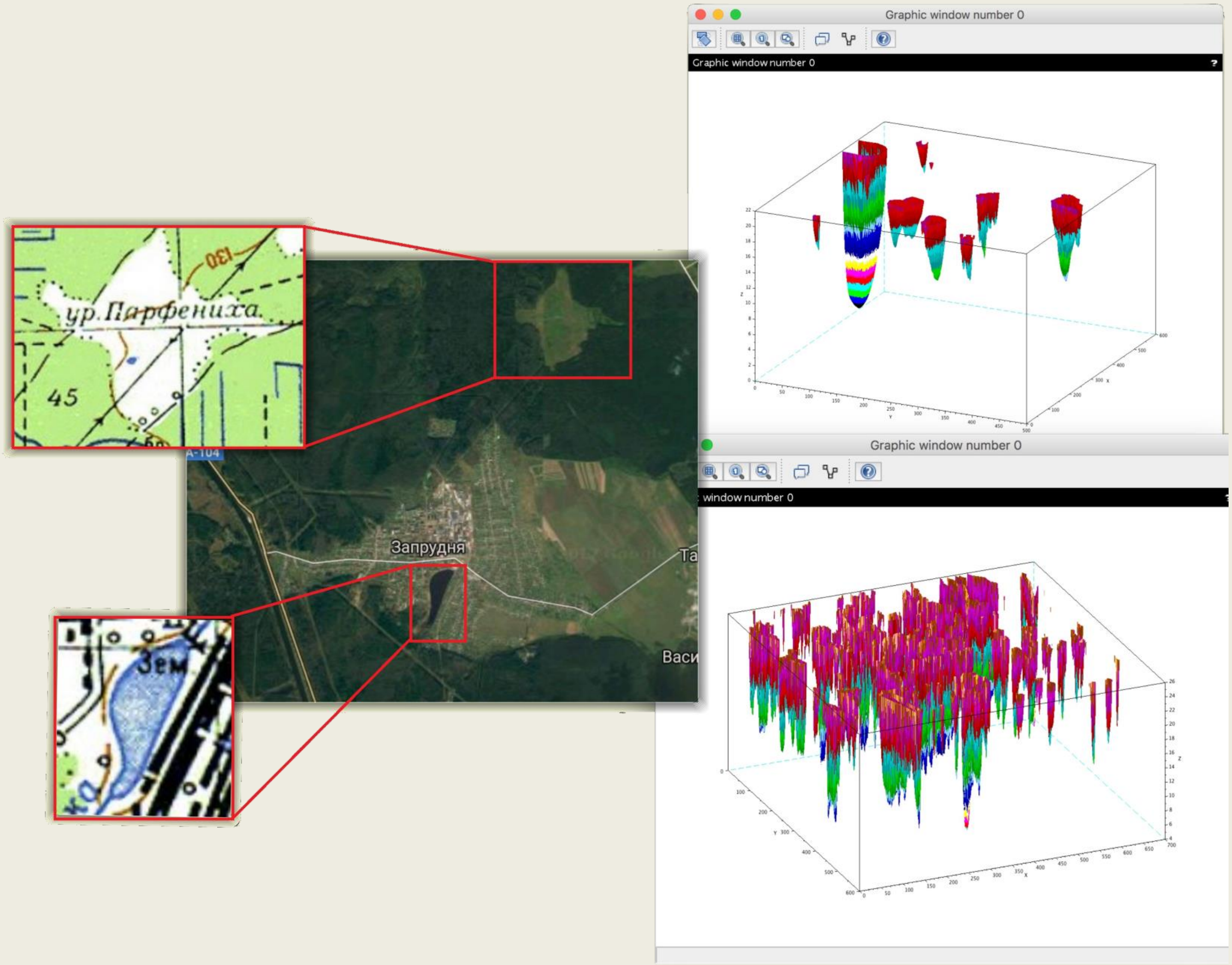
Что такое форма

- Неформально – это то, что присутствует во всех изображениях данной сцены или объекта не зависимо от условий их регистрации





Поиск фрагмента заданной формы



Выделение отличий в форме

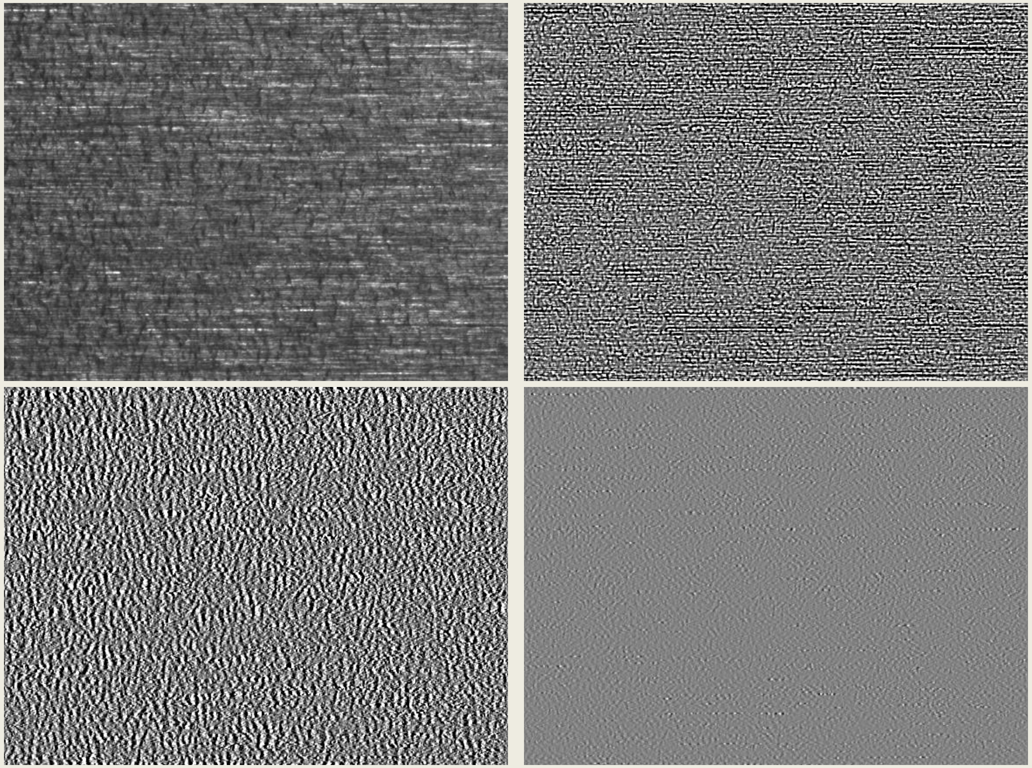
Слева направо:

Исходное изображение

Изображение с «мешающим объектом»

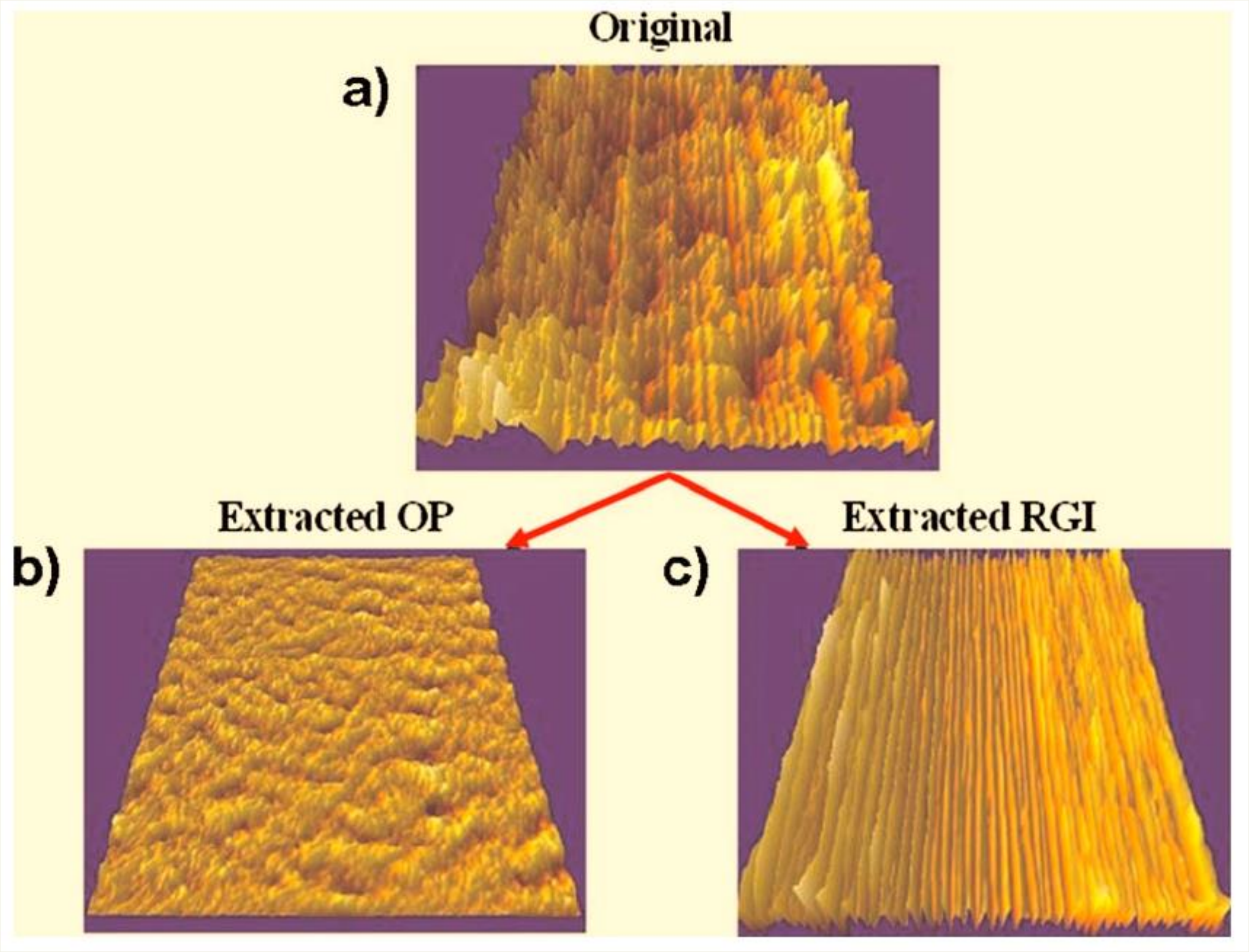
Область поля зрения, занятая «мешающим объектом»

Методы морфологической фильтрации изображений: в задаче автоматизации контроля поверхности проката (по заказу концерна Alcoa)



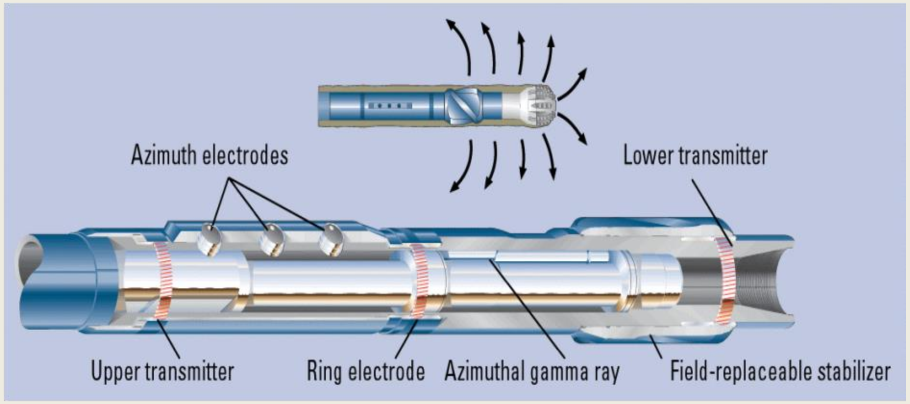
Вверху слева – исходное изображение поверхности проката, вверху справа –изображение дефектов в виде царапин, внизу слева – изображение дефектов в виде впадин и бугров, внизу справа – изображение поверхности, свободное от царапин и бугров, дающее представление о качестве и структуре проката

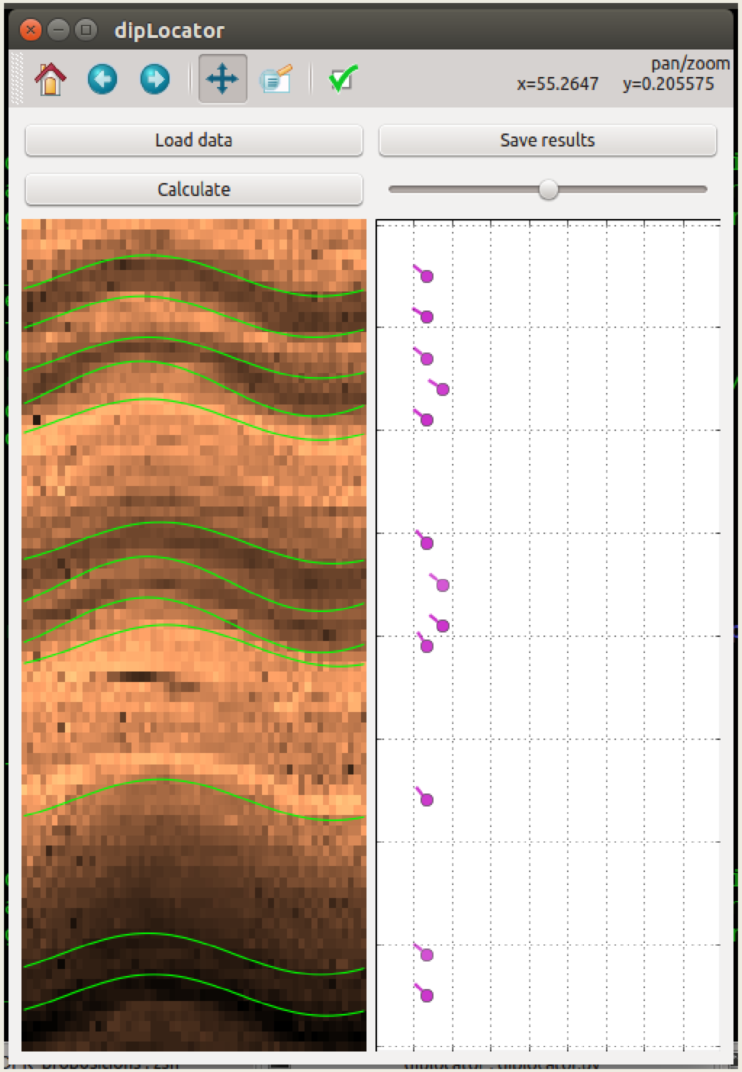
Определение структуры листов проката алюминия по форме изображения их поверхности



Сотрудничество с компанией Schlumberger Ltd

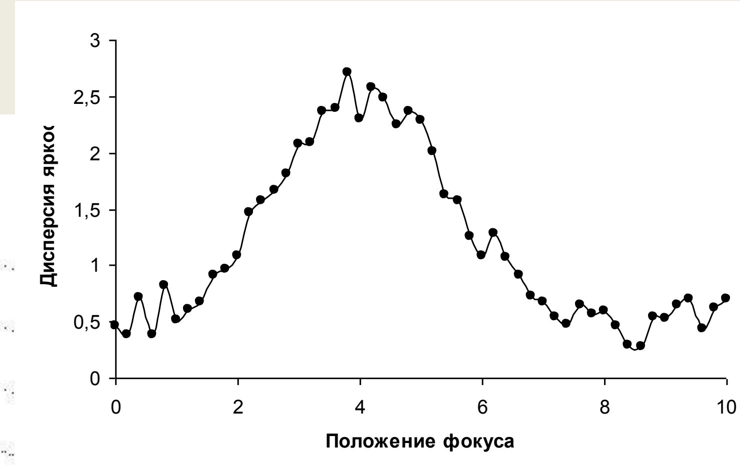
Бур с установленными на нём датчиками электропроводности, радиации и др.:

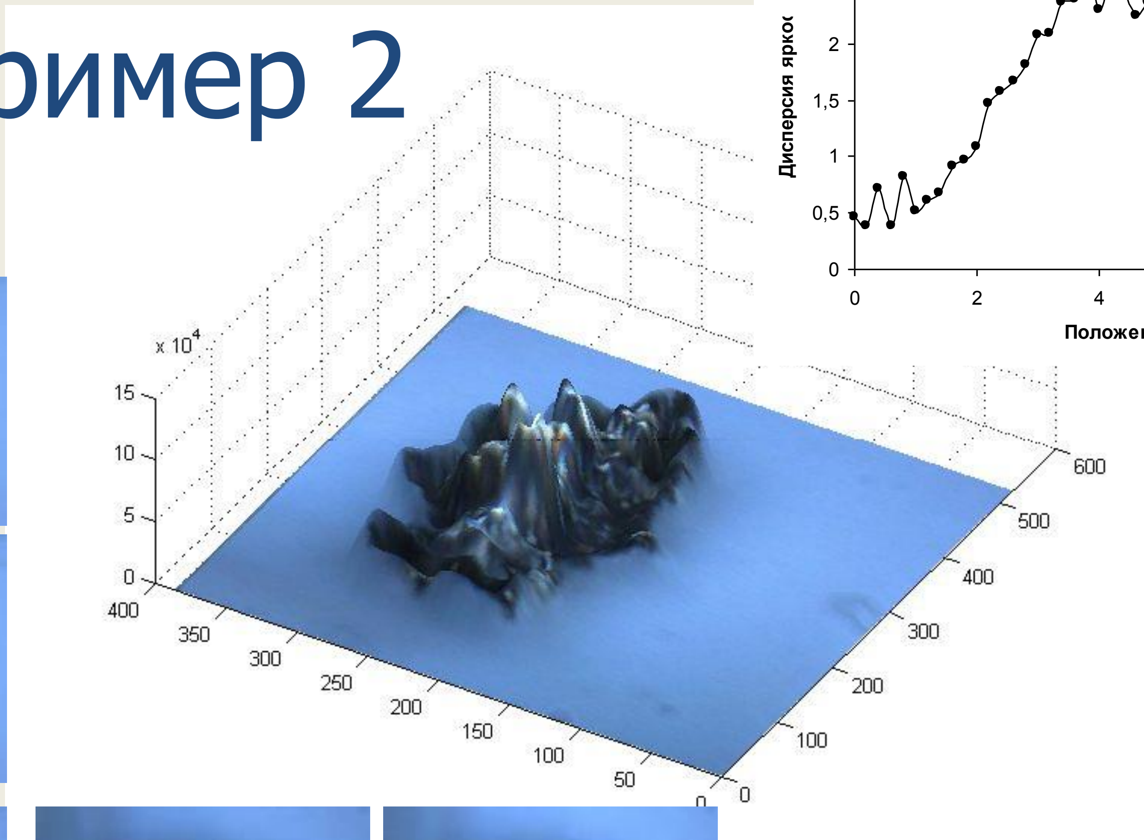


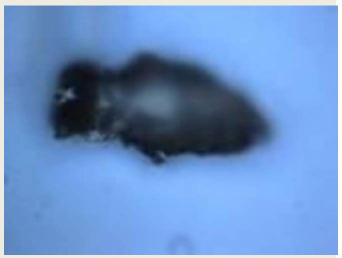


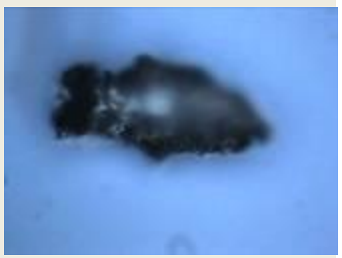
Зависимость электропроводности породы от глубины бурения и угла поворота бура. Зелёные линии – результат анализа данных морфологическими методами.

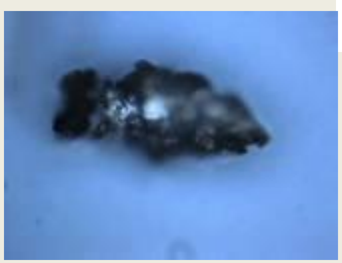
Пример 2

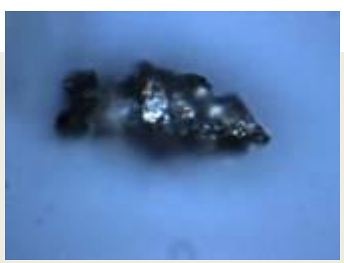






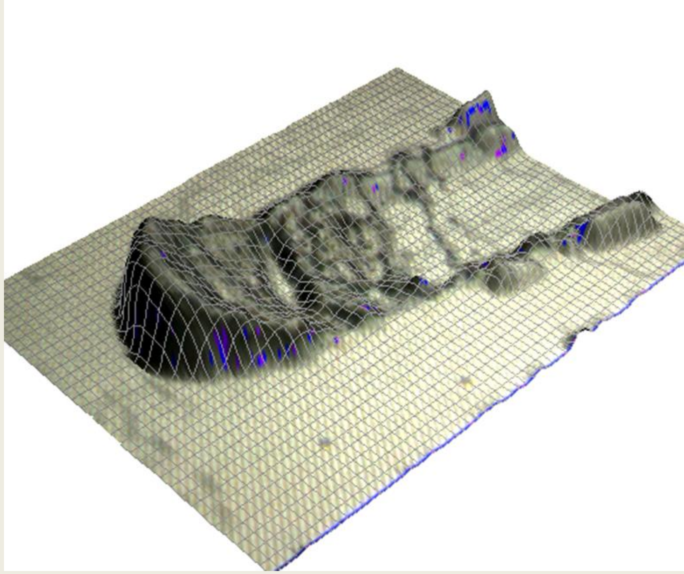


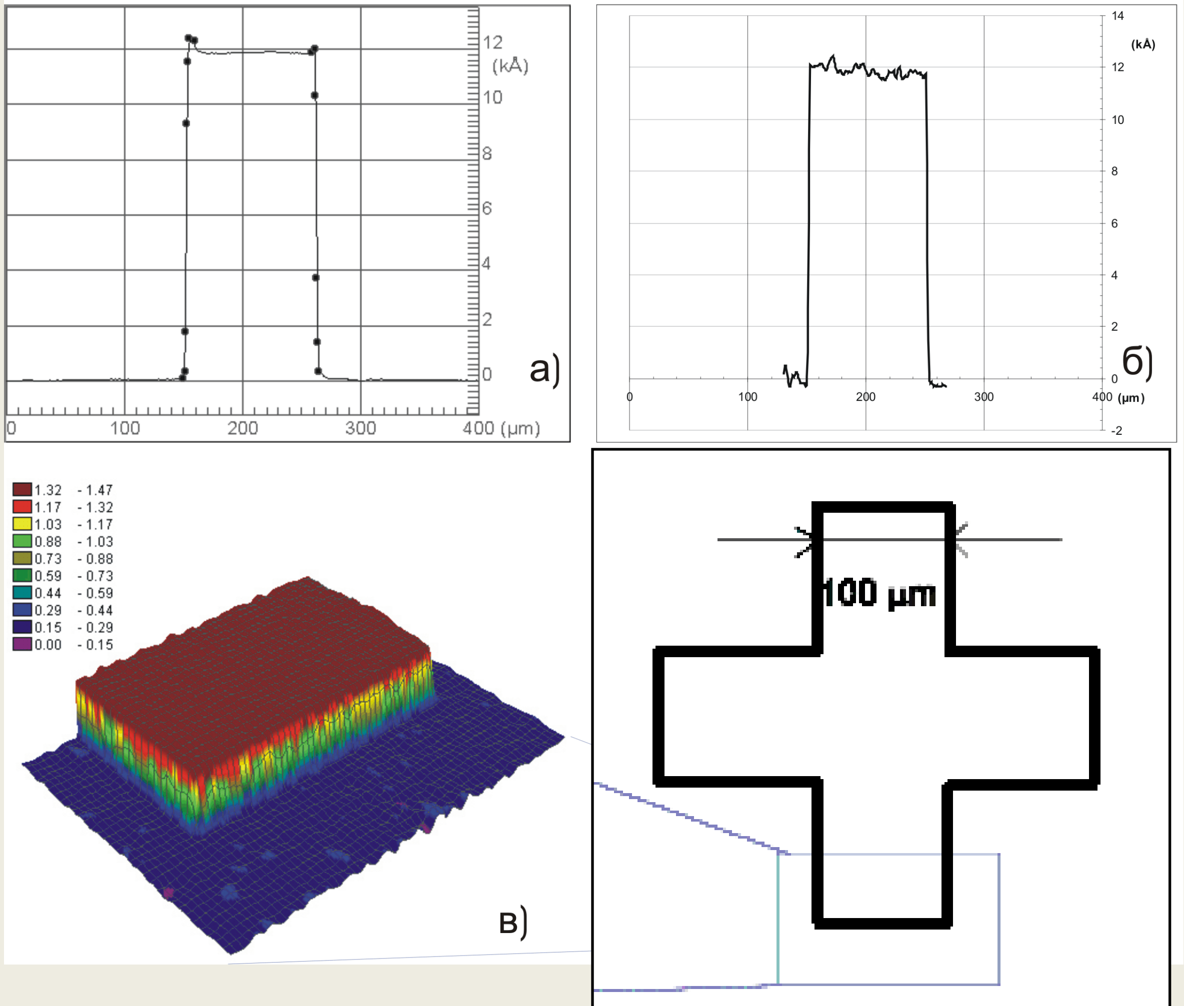




Реконструкция поверхности образца по набору изображений, сфокусированных на разном расстоянии от объектива микроскопа

Пример





Реконструированный рельеф поверхности царапины в металле на контактной площадке, оставленной зондом. Размер поля зрения 24x30 мкм. Погрешность измерения высоты рельефа поверхности 0.1 мкм. Высота рельефа - 3 мкм. α =0.85

Морфологические методы оценивания углов прихода инфразвуковых сигналов (совместно с институтом физики атмосферы)

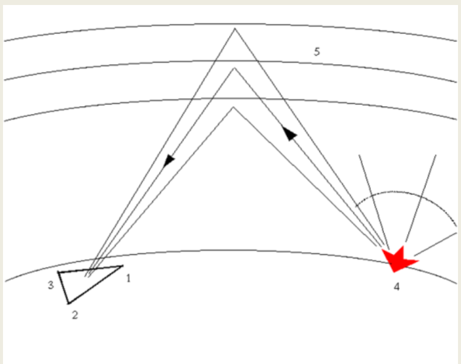
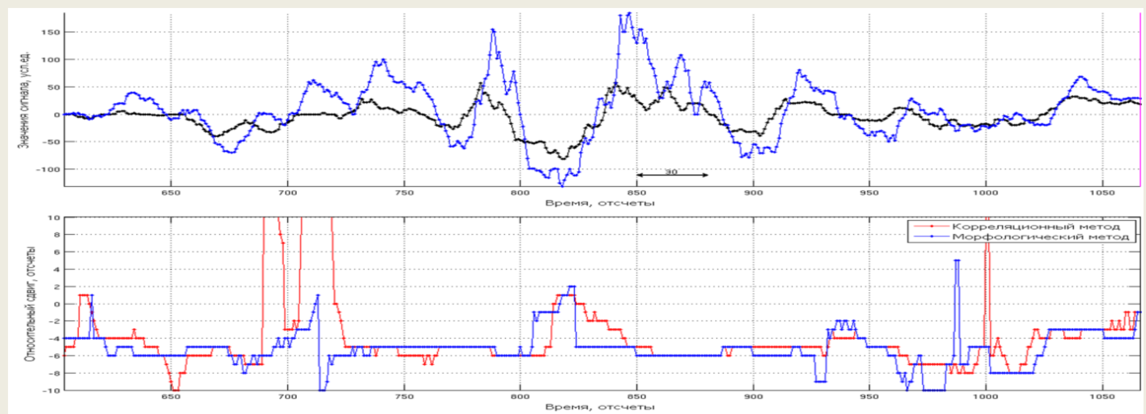
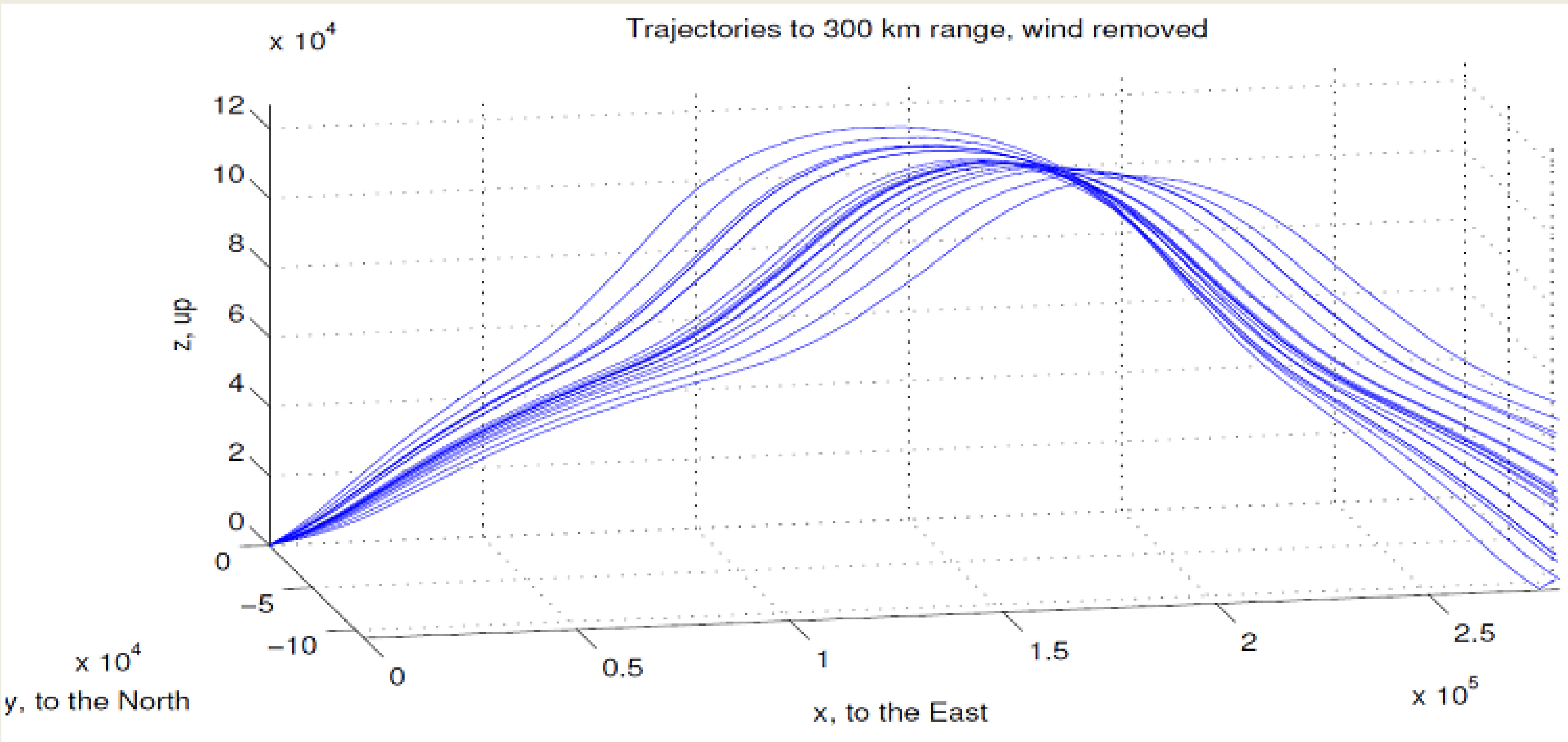


Схема распространения звука и расположения датчиков

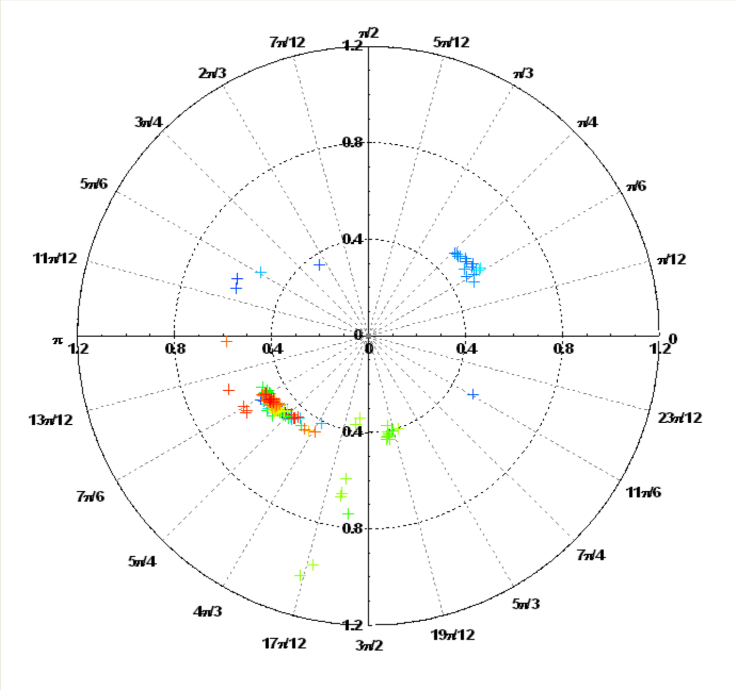


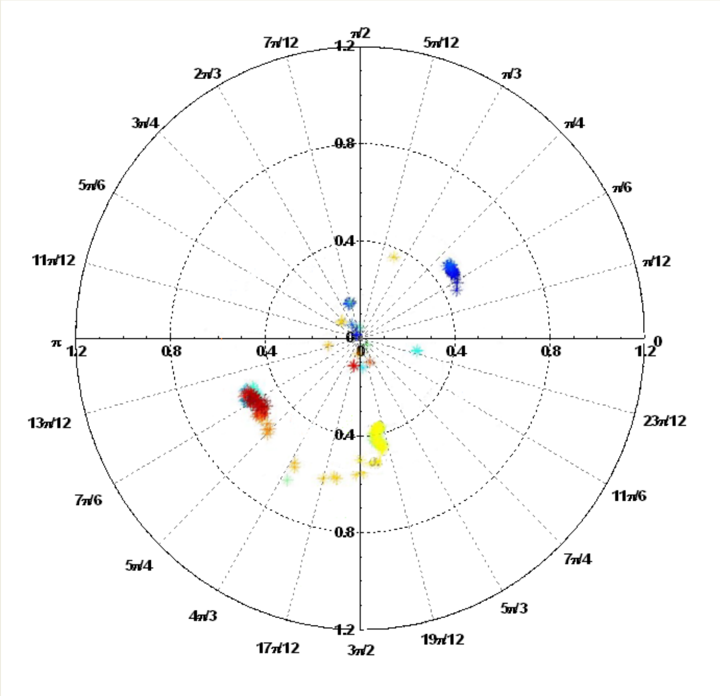
Сверху – исходный сигнал. Снизу – задержка во времени регистрации сигналов на 2-х микрофонах, определенная корреляционным методом (красная линия) и морфологическим методом (синяя линия)

Оценивание траектории инфразвуковых сигналов, распространяющихся в атмосфере, при известном вертикальном профиле температуры



Морфологические методы оценивания углов прихода инфразвуковых сигналов



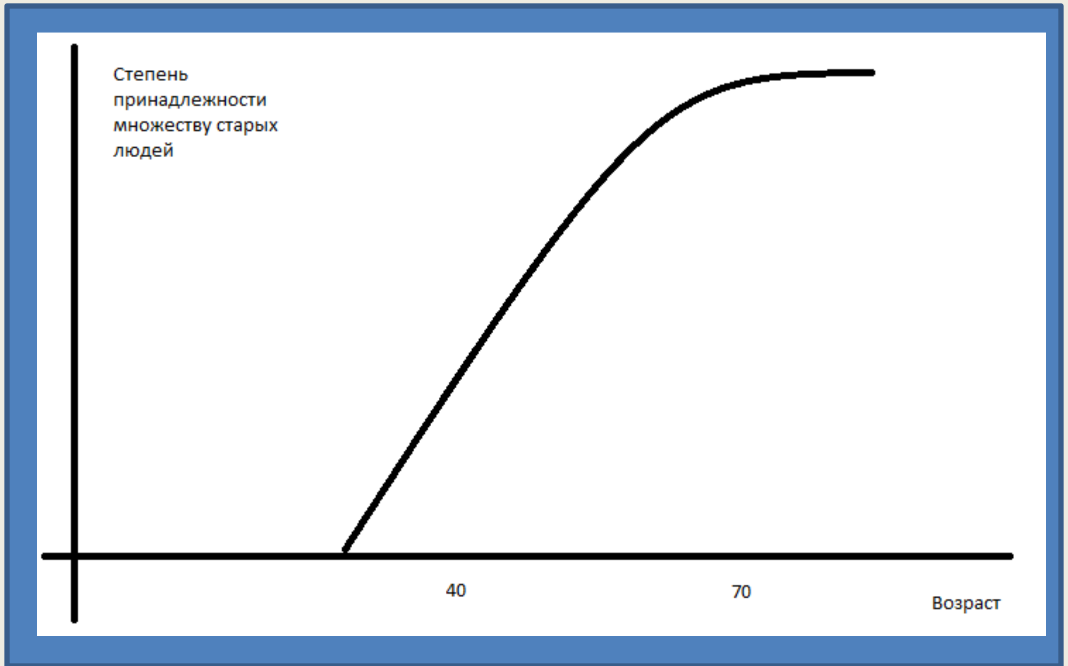


Результаты определения азимутального направления на источник (промышленный взрыв) по данным регистрации инфразвука. Данные метода морфологического анализа – слева. Данные метода PMCC – справа. Цвет кодирует время прихода сигналов - некоторые различия определяются различиями в длительности фрагментов сигнала, используемых для анализа.

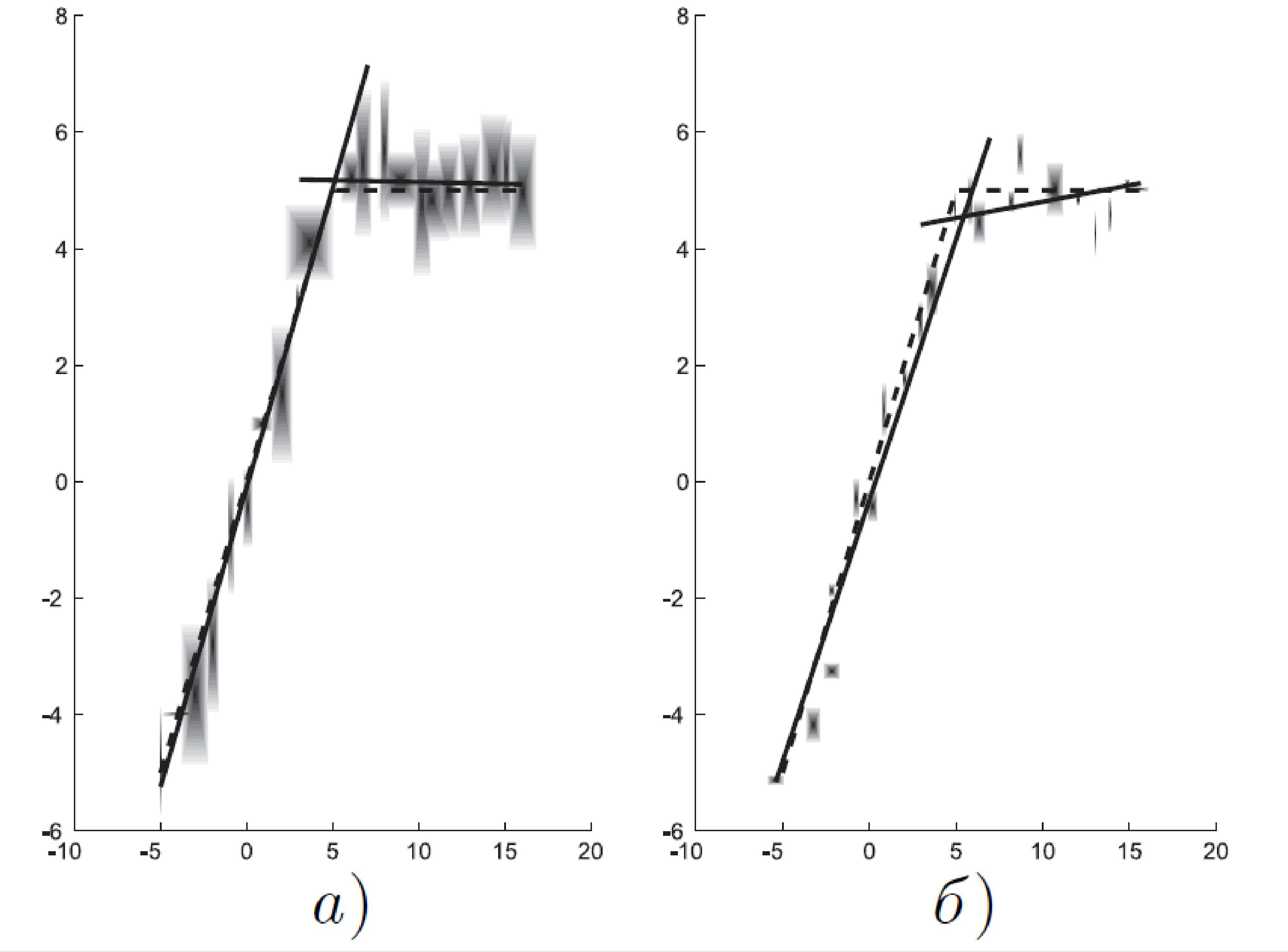
Возможность вместо вероятности

Возможность

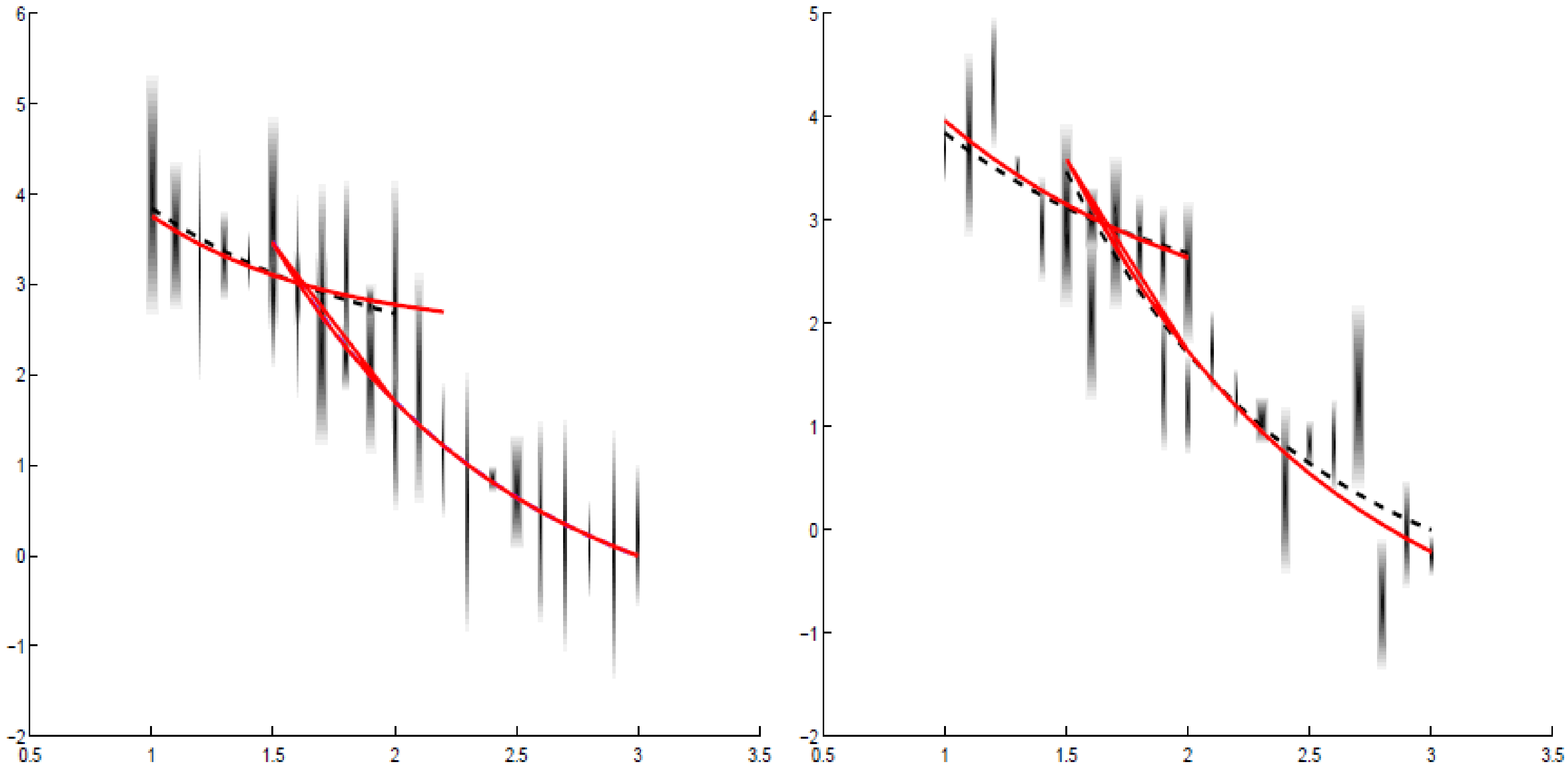
- Возникла из потребностей описания нечетких объектов нестохастической природы.
- Пример – нечеткие множества Л.Заде.



Пример. Задача восстановления функциональной зависимости



Пример – восстановление функциональной зависимости



Результат численного моделирования восстановления кусочно-экспоненциальной функции $f_1(x) = 5e^{-x} + 2, x = \{1, 1.1, \ldots, 1.9, 2\}$, $\quad f_2(x) = 20e^{-x} - 1, x = \{1.5, 1.6, \ldots, 2.9, 3\}$

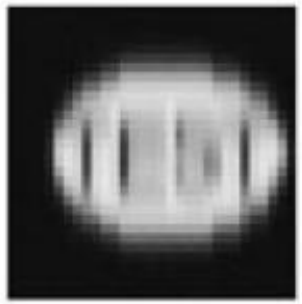
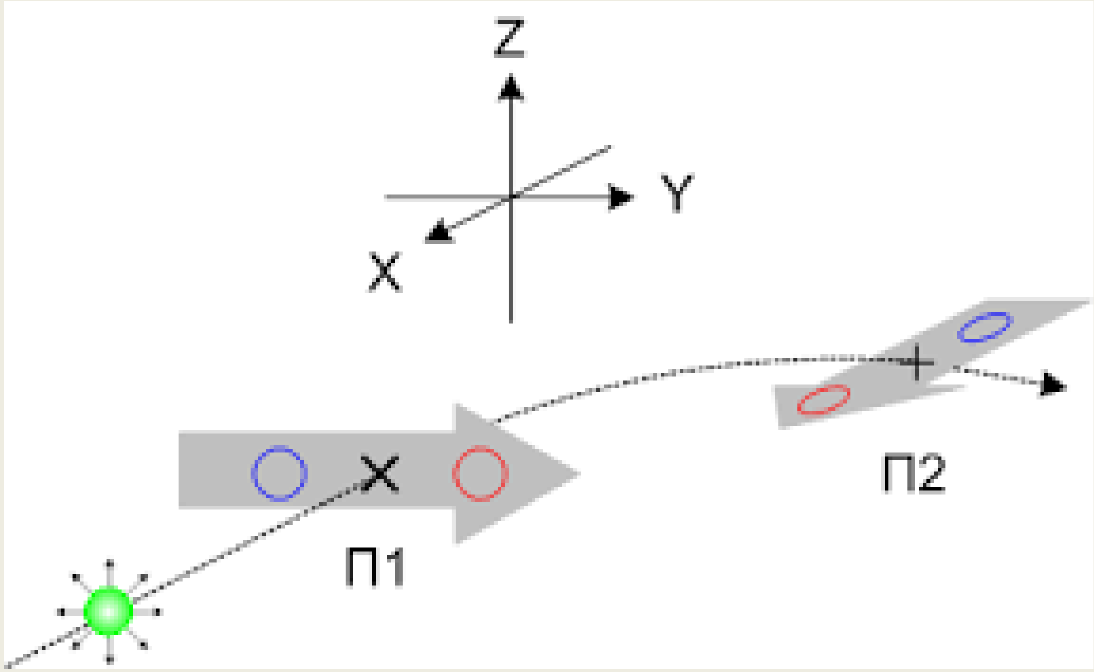
	Initial image
	Diffuse image with noise $\sigma^2 = 0.1$ ((the hardware function is a rectangle)
	Reconstructed image (possibility-theoretical reduction)

Fig. 2. Reconstruction of an image by the method of possibility-theoretical reduction.

Квантовая информатика.

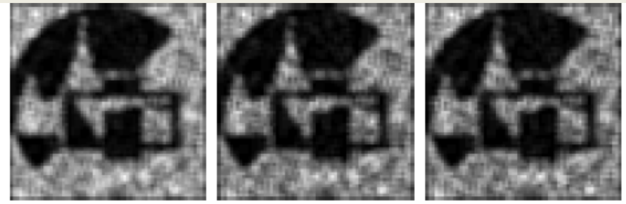
Обобщение теоремы Белла



Предложено и доказано обобщение теоремы Белла
на случай произвольного числа наблюдателей и присутствия потерь.

Квантовые изображения

(а) Распределение прозрачности объекта исследования



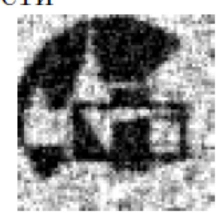
(б) Обрабатываемые фантомные изображения

(в) Результат редукции без информации о разрежённости

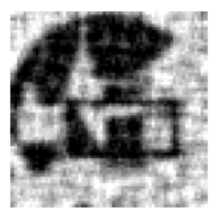
(г) $\lambda = 0.5$

(д) $\lambda = 1.0$

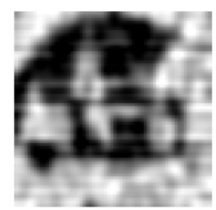
(е) $\lambda = 1.25$



(ж) $\lambda = 1.5$



(з) $\lambda = 2.0$



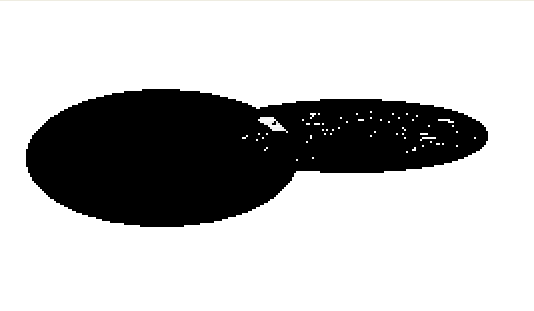
(и) $\lambda = 3.0$

Спасибо за внимание!

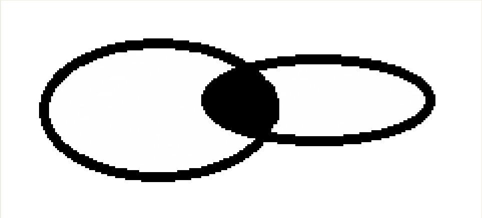
- http://cmp.phys.msu.su/
- E-mail: achulichkov@gmail.com

Операции над «четкими» множествами

$\chi_A(x) = 1$, если $x \in A$, и $\chi_A(x) = 0$ в противном случае



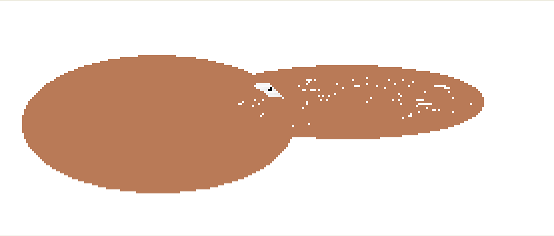
$\chi_{AUB}(x) = \max\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}$



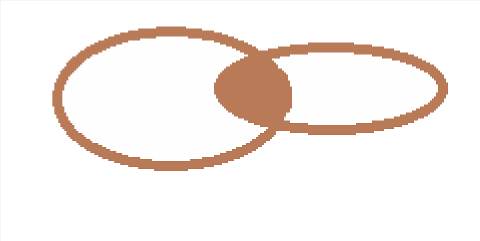
$\chi_{AB}(x) = \min\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}$

Операции над нечеткими множествами

μ_A (x) принимает значение на [0,1] и выражает «степень принадлежности» точки x множеству A.



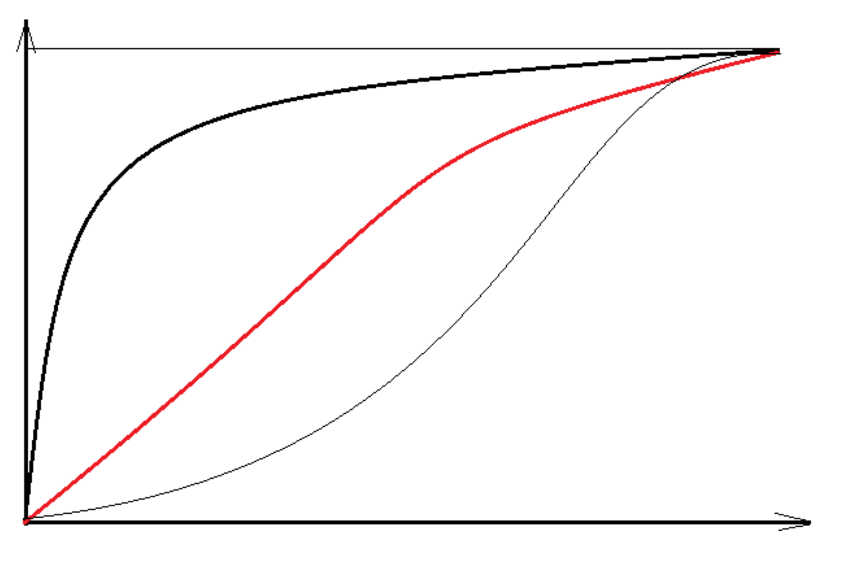
$\mu_{AUB}(x)=\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$



$\mu_{AB}(x)=\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

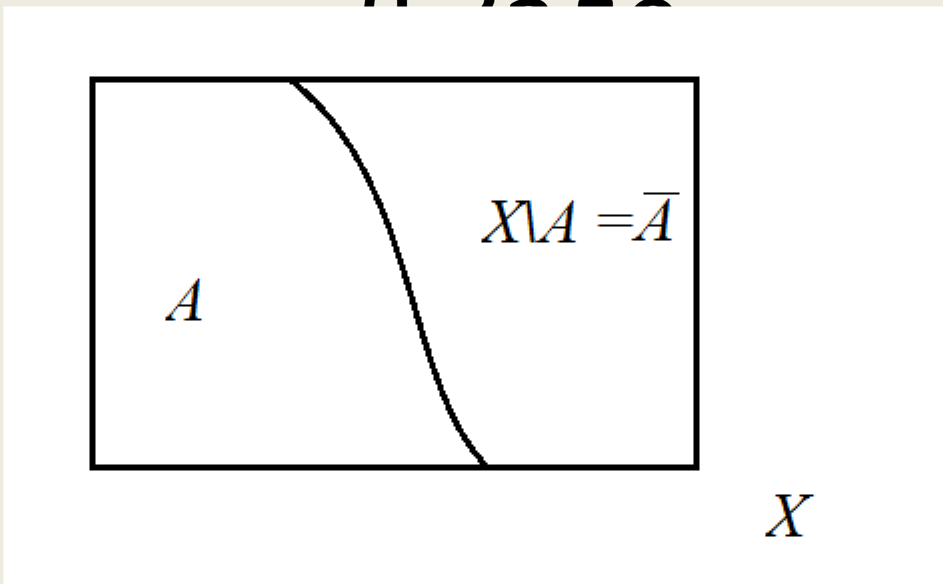
Откуда брать значения μ_A (x)?

Проблемы теории возможностей Л.Заде



- Степень принадлежности элемента множеству задается субъективно. Возникает проблема согласования вариантов степени принадлежности, построенных разными исследователями.

Проблемы теории возможностей Л.Заде



В теории Заде $\mu_X(x)=1$, $\mu_{\varnothing}(x)=0$, хотя

$$\mu_{(X\backslash A)\cup A}(x)\leq 1,\quad \mu_{(X\backslash A)\cap A}(x)\geq 0,$$

то есть, вообще говоря, $(X\backslash A)\cup A \neq X$, $(X\backslash A)\cap A \neq \varnothing$.

Теория возможностей Ю.Пытьева

- Если природа нечеткости стохастическая, то вероятности событий можно оценить по результатам наблюдений частоты.
- Если вероятность непредсказуемо меняется от испытания к испытанию, то вероятностная модель эксперимента принципиально не восстанавливается.

Теория возможностей Ю.Пытьева

- Введем меру возможностей как характеристику упорядоченности шансов появления событий.
- Будем считать, что если вероятность Pr (A) события A не меньше, чем вероятность Pr (B) события B, то возможность P (A) события A также не меньше, чем возможность Pr (B) события B.
- При этом значения вероятностей могут произвольно меняться, сохраняя лишь упорядоченность.
- Соответственно, в теории возможностей ее значения не важны, а важна лишь упорядоченность возможностей событий

Теория возможностей Ю.Пытьева

- Для задания возможности не требуются значения $P(A_1)$, $P(A_2)$, . . ., достаточно лишь знать, как они упорядочены.
- В рамках теории возможности содержательными являются утверждения: «более возможно», «менее возможно», «равновозможно».
- Этого достаточно для решения задач

Вопрос: как устроена шкала значений возможностей, в частности, как определить операции сложения и умножения возможностей?

Для любой монотонной функции (сохраняющей упорядоченность) потребуем:

- $\gamma\,(a * b) \Longleftrightarrow \gamma(a) * \gamma(b)$, $\gamma(a+b) = \gamma(a)+\gamma(b)$,
- $\gamma(a \bullet b) = \gamma(a) \bullet \gamma(b)$, $\gamma(0) = 0$, $\gamma(1) = 1$,

где знак $*$ означает либо «<», либо «>», либо «=».

для любых $a, b \in [0, 1]$

Вариант теории возможностей (Ю.П.Пытьев)

- Возможность является мерой и строится по аналогии с вероятностной мерой.
- Возможность P(A) определена для каждого события и характеризует шансы наступления события A по сравнению с шансами других событий.
- Если P(A)=1, то событие A вполне возможно, если P(A)=0, - невозможно.
- Многие формулы теории

Вариант теории возможностей (Ю.П.Пытьев)

- Если вероятность непредсказуемо меняется от испытания к испытанию, то вероятностная модель эксперимента принципиально не восстанавливается, а возможностная модель (задающая конкретное упорядочение возможностей событий) восстанавливается ТОЧНО за КОНЕЧНОЕ число наблюдений с вероятностью единица (почти наверное)

Вариант теории возможностей (Ю.П.Пытьев)

- Выше рассмотрена стохастическая модель возможности. Однако она может быть построена и как самостоятельная теория, позволяющая моделировать невероятностные неопределенности
- В частности, теорию возможностей можно применять для моделирования экспертных решений.

Экспертное восстановление возможностей

- Эксперты могут оценивать возможности равенств $\xi = x_1,\ldots, \xi = x_n$ в своих шкалах, но, поскольку решение, представляющее мнения всех экспертов, должно быть инвариантным относительно выбора их шкал, для построения коллективной экспертизы каждому эксперту следует оценить максимальный инвариант распределения возможностей - упорядоченность значений
- $p_j = P(\xi = x_j)$, $j = 1,\ldots, n$,
- или, что то же самое,- соответствующую $(n+1)\times(n+1)$ матрицу попарных сравнений, определяющую класс эквивалентных распределений ξ.

Экспертное восстановление возможностей

- На основе набора матриц попарных сравнений, полученных от каждого эксперта определяется коллективная экспертиза, в известном смысле лучше других согласованная с мнениями всех экспертов, и с точностью до эквивалентности определяющую искомое распределение ξ.
- Дан метод, позволяющий определять, в каком случае полученной

Дополнение

Несколько формальных утверждений о теории возможностей

Интеграл возможностей

- Формально теория возможностей строится как теория меры и интеграла. За основу взята конструкция интеграла p(·), определенного на классе функций, заданных на множестве X и принимающих значения в шкале {[0,1]; ≤; «**+**»; «·»}.
- Для любой такой функции f(·) ее интеграл

$$p(f(\cdot)) = \sup_x \min\,(f(x), g(x))$$

Мера возможностей

- Возможностью четкого множества A называется интеграл от его индикатора:

  $P(A)=p(\chi_A(\cdot))$
- Возможность – полунепрерывная снизу аддитивная функция, заданная на алгебре $\mathcal{P}(X)$ всех подмножеств множества X.
- P(X)=1 (нормировка)
- $P(A \cup B)=\max((P(A),P(B))$
- $P(A\cap B)\leq \max((P(A),P(B))$
- $P(A)= \sup \{P(\omega) \mid \omega \in A\}$
- Тройка $(X,\mathcal{P}(X),P)$ называется пространством с возможностью (здесь $\mathcal{P}(X)$ – алгебра всех подмножеств X).

Принцип относительности

- Принципиальное отличие рассматриваемой теории от теории возможностей, предложенной Л.Заде и от известных ее аналогов обусловлено ее «внутренней симметрией», определенной группой Γ автоморфизмов шкалы возможностей и изоморфными Γ группами Γ_* и $\Gamma_\circ$ преобразований интеграла $p(\cdot) \to \gamma_* p(\cdot)$, меры $P(\cdot) \to \gamma_\circ P(\cdot)$, функции $f(\cdot) \to \gamma_\circ f(\cdot)$ и т.п., индуцированных

Нечеткий элемент

- Любая функция $q(\cdot): Y \to X$ задает нечеткий элемент (обозначим его ξ), определенный на $(Y, \mathcal{P}(Y), P_Y)$ и принимающий значения в $(X, \mathcal{P}(X))$, и индуцирует на $(X, \mathcal{P}(X))$ возможность P_X: $P_X(A) = P_Y(q^{-1}(A))$, $A \in \mathcal{P}(X)$, и тем самым определяет пространство с возможностью $(X, \mathcal{P}(X), PX)$.
- Функция $g^{\xi}(x) = P_X(\{x\}) = P^{\xi}(\xi = x)$, $x \in X$,

  называется распределением возможностей значений нечеткого элемента ξ, или, короче, распределением ξ. Последний определяет возможность $P^{\xi}(\cdot)$ на $(X, \mathcal{P}(X))$:
- $P^{\xi}(\xi \in A) = P_X(A) = P_X(\cup_{x \in A}\{x\}) = \sup_{x \in A} g^{\xi}(x)$, $A \in \mathcal{P}(X)$, и называется каноническим для

  $(X, \mathcal{P}(X), P^{\xi}) \equiv (X, \mathcal{P}(X), P_X)$.

Пример. Задача идентификации

- Возможностную модель нечеткой системы и наблюдений за ней зададим распределением возможностей $g^{x,k}(x, k)$ значений пары нечетких элементов

  (ξ,κ)=(наблюдение, состояние) = (x, k), $x \in X$, $k \in \{1, . . . , q\}$.
- Рассмотрим правило идентификации, заданное разбиением

  $$X = \cup_{d=1,\dots,q} X_d,$$

  согласно которому включение $x \in X_d$ влечет решение $d \in \{1, . . . , q\}$ о состоянии наблюдаемой системы. Если $pl_{k,d}$ возможность потерь, обусловленных использованием системы согласно решению d о ее текущем состоянии, в то время как система пребывала в состоянии k, то возможность потерь, свойственных правилу решения, определенному разбиением $X_\cdot$,

  $$PL(X_\cdot) = \max_{1\le k\le q;\ 1\le d\le q} \sup_{x\in Xd} \min(pl_{k,d}, g^{x,k}(x, k)).$$
- Оптимальное решение определяется условием

  $$PL(X_\cdot) \sim \min_{X\cdot}$$