

ИНДИКАЦИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ И ВИХРЕЙ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ

Е.Н. Терентьев¹, Н.Е. Шилин-Терентьев², И.Н. Приходько¹, И.И. Фаршакова¹
¹ Физический факультет МГУ, Москва, Россия, en.teren@physics.msu.ru;
² Google, San Francisco, CA, USA, nikolay.terentyev@gmail.com;

Изображению сопоставляется его векторное градиентное поле. Анализ векторных полей с помощью определенных шаблонов векторов единичной длины позволил указывать в изображении на такие объекты как вихри, Дорожные Знаки (ДЗ) и т.п. Метод индикации локальных объектов с применением градиентных полей оказался высокоточным и помехозащищенными.

Конечномерные Теоремы Отсчетов с операциями дифференцирования и интегрирования

Конечномерные Теоремы Отсчетов (КМТО) реализуют операции интерполяции, дифференцирования и интегрирования с массивами отсчетов с точностью мантииссы.

2D КМТО (Терентьев):

Пусть даны: квадратный массив отсчетов (изображение на исходной сетке $N \times N$) $D=f(x_0, y_0)$, двумерная ортонормированная матрица дискретных Фурье гармоник $H^{(0)}(x_0)=\{H_k^{(0)}(x_0), k=1:N, x_0=0:N-1\}$ и интерполированные Фурье гармоники $H^{(n)}(x)=\{H_k^{(n)}(x), k=1:N, x=0:dx:N-dx\}$, с меньшим шагом $dx < 1$, Все Фурье гармоники нумеруются первым - k индексом и в дискретных матрицах $H^{(0)}(x_0)$, $dx=1$ и в интерполированных матрицах $H^{(n)}(x)$, $dx < 1$ Фурье гармоники располагаются по строкам. Индексы в скобках (n) – это n -я (для положительных $n > 0$) производная и для отрицательных значений – n -й интеграл [1].

Тогда функция:

$$f^{(n,m)}(x,y) = \sum_{i,j=1}^N c_{i,j} H_i^{(n)}(x) H_j^{(m)}(y) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c_{i,j} &= (f(x_0, y_0), H_i^{(0)}(x_0) H_j^{(0)}(y_0)) = \\ &= \sum_{x_0, y_0=1}^N f(x_0, y_0) H_i^{(0)}(x_0) H_j^{(0)}(y_0), \quad i, j = 1 : N \end{aligned} \quad (2)$$

проходит через точки отсчетов $f(x_0, y_0)$ при $n=m=0$. Скалярные произведения (2) реализуют двумерное Прямое Преобразование Фурье (ПФ). Ряд Фурье $f^{(n,m)}(x,y)$ (1) дает нам интерполированный двумерный результат при $n=m=0$, $dx < 1$. Если интерполяции нет: $dx=1$ и $n=m=0$, то ряд Фурье $f^{(n,m)}(x,y)$ (1) реализует Обратное ПФ. Если n и m не равны нулю, то мы реализуем операции дифференцирования и интегрирования от массивов отсчетов [1].

КМТО дают хорошие результаты, если нет перепада отсчетов на границе изображений. В противном случае надо применять специальные защищенные от граничных эффектов методы в КМТО [2].

Согласно 2D КМТО (1,2) градиент от массива отсчетов $V=f(x_0, y_0)$ с интерполяцией в точках (x, y) :

$$gV = \text{grad}V = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} V, \frac{\partial}{\partial y} V \right\} = \{ f^{(1,0)}(x, y), f^{(0,1)}(x, y) \}. \quad (3)$$

gV (3) – векторное градиентное поле связанное со скалярным изображением V .

Шаблоны направлений, векторные операции

Для анализа изображений, часто бывает удобным рассматривать повернутое на $\pi/2$ векторное поле $f=ogB$. Анализ формы векторных полей производится по заданным шаблонам векторных полей с единичными направлениями, например, по радиусу, окружности и треугольнику: $[diR]$, $[diC]$, $[diT]$. Во второй и третьей клетке Рис. 1 показано как реализуются операции проектирования $P=P_X$, на шаблон направлений $X=[diC]$. Проекция Pf называется сигналом, а ортогональная часть $f-Pf$ шумом. Предусмотрена операция *revers* для векторов f , т.е. изменение направление вектора f на противоположное $-f$ операцией, если $(f, diC) < 0$, т.е. если между векторами f и diC – тупой угол, см. Рис. 1.

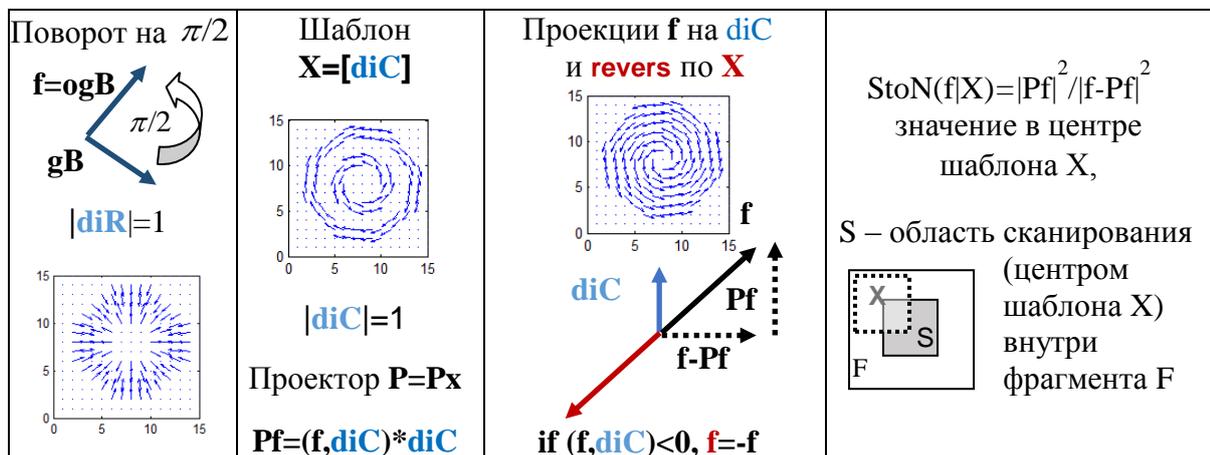


Рис. 1. Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция $StoN$ - “Сигнал/Шум”.

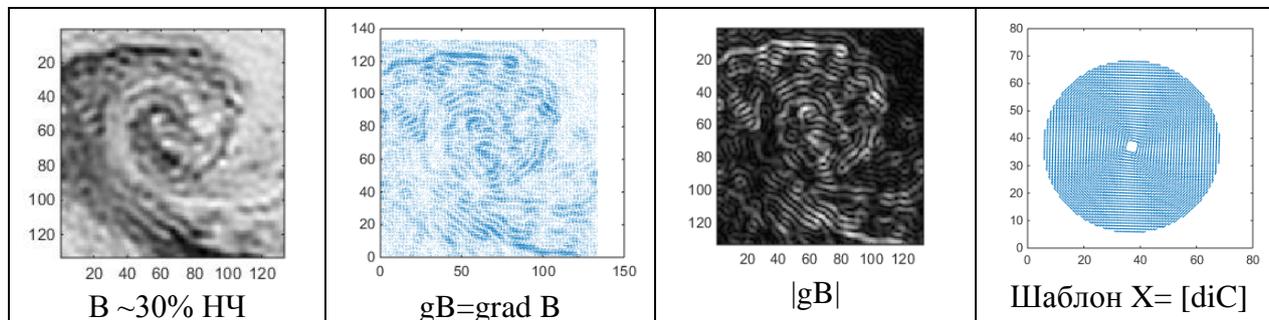
Задача индикации, локализации объекта

Таким образом, задача локализации, определения координат (x_0, y_0) объекта, сводится к задаче на максимум

$$(x_0, y_0) = \operatorname{argmax}_{(x, y) \in S} StoN(f|X)(x, y), \quad (x, y) \in S \quad (4)$$

Пример индикации вихрей и ДЗ

Если обнулить 70% Высоочастотной Части (ВЧ) изображения, оставить в изображении только 30% Низкочастотной Части (НЧ), то метод индикации вихря и ДЗ сохраняет работоспособность, при ВЧ помехе, см. Рис. 2-3. Вихрь локализуется векторным шаблоном $X=[diC]$ с указанием места по максимуму функции $StoN$ в области сканирования S (4), см. Рис. 1. Как можно видеть, местоположение вихря определяется максимальным значением функции $StoN(ogB|X)$ на Рис. 2,3.



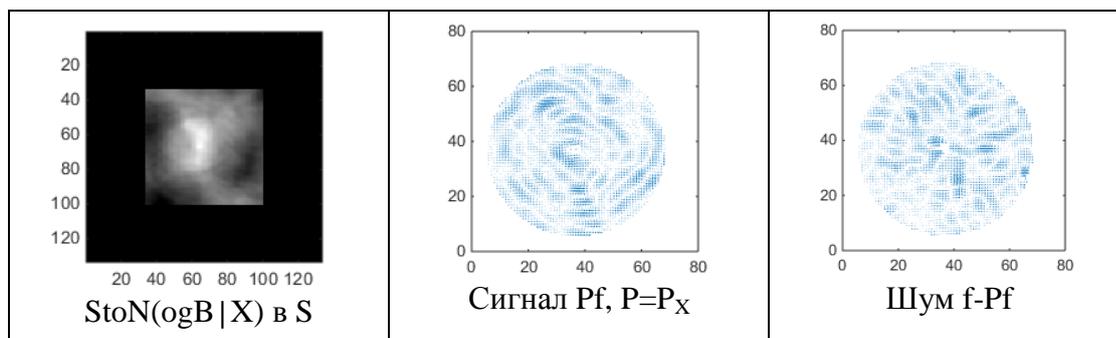


Рис. 2. Компоненты функции StoN для вихря и ее значения в области сканирования S

ДЗ локализуется векторным шаблоном [diT]. Обход треугольника по периметру направлений шаблона для треугольника [diT] можно назвать ложным вихрем.

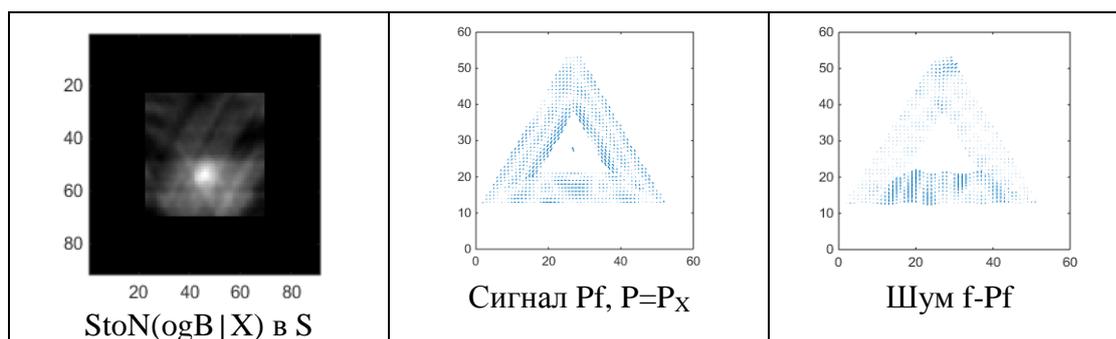
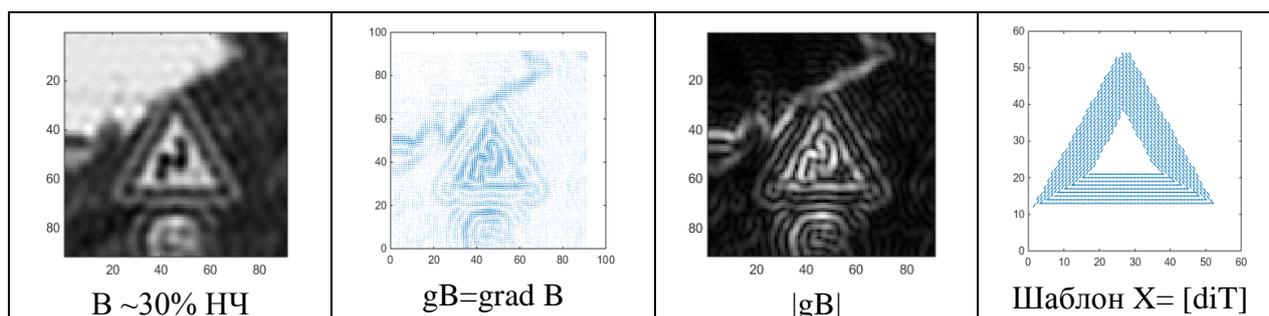


Рис. 3. Компоненты функции StoN для ДЗ и ее значения в области сканирования S

Обсуждение

С помощью известной теоремы отсчетов Котельникова [3] приведенные результаты полученные применением КМТО [1] получить, повторить невозможно.

Предлагаемый метод является универсальным для поиска широкого класса объектов.

В планах задачи оценивания параметров атмосферных вихрей и дипольных вихрей морских течений в космических изображениях Земли. Рассматриваются так же новые задачи диагностики на предмет наличия опухолей, язв и т.п. в медицинских изображениях в том числе и объектов в томографии, реализуемых методом ложных вихрей.

Литература

1. *Е.Н. Терентьев, Н.Е. Терентьев* // ПРОЦЕССЫ В ГЕОСРЕДАХ. 2016. №4(9), с.355-362.
2. *Терентьев, Н.Е. Терентьев, И.И. Фаршакова* // Труды школы-семинара «Волны-2017». Математическое моделирование в радиофизике и оптике. 2017. с.56-58.
3. *Кузнецов Н.А., Синицын И.Н.* "Развитие теоремы отсчётов Котельникова" УФН179 216–218 (2009)

INDICATION OF LOCAL OBJECTS AND VORTEX IN IMAGES

E.N. Terentiev¹, N.E. Shilin-Terentyev², I.N. Prihodko¹, I.I. Farshakova¹

¹ *Faculty of Physics M.V. Lomonosov MSU, Moscow, Russia, en.teren@physics.msu.ru;*

² *Google, San Francisco, CA, USA, nikolay.terentyev@gmail.com;*

The image is associated with its vector gradient field. The analysis of vector fields with the help of certain patterns of vectors of unit length made it possible to indicate in the image such objects as vortices, Road Signs (RS), and so on. The method of indicating local objects using gradient fields turned out to be highly accurate and noise-protected.