

# СПИСОК ТЕМ КУРСОВЫХ РАБОТ СТУДЕНТОВ 2-ГО КУРСА ФИЗФАКА МГУ

## ПЕРВАЯ ЛИГА

*К.Э. Плехотников*

Предлагаемые темы предназначены для освоения студентами современного спектра информационных технологий получения новых знаний в лице методологий математического моделирования, вычислительного эксперимента и программирования. Большинство приведенных ниже тем курсовых работ опубликованы в учебном пособии “Методы разработки курсовых работ...” под редакцией *К.Э. Плехотникова*<sup>1</sup>. Данное учебное пособие включает компакт-диск с наиболее удачными реализациями тем курсовых работ студентов прошлых лет. Учебное пособие наиболее полно отвечает целям разработки студентами курсовых работ и может быть получено в библиотеке МГУ (университет закупил 120 экземпляров учебника).

Темы курсовых работ разбиты на два больших списка: *первая лига* и *высшая лига*. Различие между ними проявляется в том, что темы курсовых работ из высшей лиги либо более неоднозначны, чем это имеет место в темах первой лиги, либо требуют специальных знаний, которые у студентов младших курсов еще отсутствуют, но могут быть получены самостоятельно. Каждая тема списка предполагает ряд этапов: разработку некоторой небольшой математической модели, этап программирования и, наконец, этап вычислительного эксперимента. Курсовая работа включает построение математической модели и проведение серии вычислений, иллюстрирующих виртуальную реальность данной математической модели. Некоторое представление о виртуализации физической реальности можно получить на примере анимации физических процессов представленных, например, на Интернет-ресурсе<sup>2</sup>. Вычислительный эксперимент рекомендуется проводить на базе таких программных ресурсов, как MATLAB<sup>3</sup>, C/C++<sup>4</sup>,

---

<sup>1</sup> *Плехотников К.Э., Волков Б.И., Задорожный С.С., Антонюк В.А., Терентьев Е.Н., Белинский А.В.* Методы разработки курсовых работ. Моделирование, вычисления, программирование на C/C++ и MATLAB, виртуализация, образцы лучших студенческих курсовых работ. Учебное пособие/ Под общ. ред. *К.Э. Плехотникова*. — М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2006. 320с. (Серия “Библиотека студента”).

<sup>2</sup> <http://physics.nad.ru/Physics/Cyrilic/index.ru>

<sup>3</sup> *Мартынов Н.Н.* Введение в MATLAB 6. — М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2002. 352с.; *Дьяконов В.П.* MATLAB 6/6.1/6.5+Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя. — М.: СОЛОН-Пресс, 2002. 768с.; *Мэтьюз Дж.Г., Финк К.Д.* Использование MATLAB. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. 720с.; <http://matlab.exponenta.ru>; *Антонюк В.А., Задорожный С.С., Иванов А.П., Мартынов Н.Н.* Программирование. Уч. пособие для студентов 1 и 2 курсов. — М.: Физический факультет МГУ, 2000. 152с.

<sup>4</sup> *Шилдт Г.* Полный справочник по С. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. 704с.; *Шилдт Г.* Самоучитель С++. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 688с.; *Лафоре Р.* Объектно-ориентированное программирование в С++. Классика Computer Science. — СПб.: Питер, 2003. 928с.; *Березин Б.И., Березин С.Б.* Начальный курс С и С++. — М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2001. 288с.; *Мартынов Н.Н.* Программирование для Windows на C/C++. Том.1. — М.: ООО “Бином-Пресс”, 2004. 528с.; *Антонюк В.А., Задорожный С.С., Иванов А.П., Мартынов Н.Н.* Программирование. Уч. пособие для студентов 1 и 2 курсов. — М.: Физический факультет МГУ, 2000. 152с.

Win32 API<sup>5</sup>, MFC<sup>6</sup>, Visual C++<sup>7</sup>, Qt<sup>8</sup>, компьютерная графика на базе OpenGL<sup>9</sup>, VRML<sup>10</sup>. Есть и более специализированные программные средства моделирования: отечественный пакет AnyLogic<sup>11</sup> для целей имитационного моделирования, средство LabVIEW<sup>12</sup> для моделирования виртуальных приборов и ряд других. Темы курсовых работ разделены по сложности (в пределах и первой, и высшей лиги), на которую указывают звездочки: одна звезда — сложная тема курсовой работы, две звезды — очень сложная тема курсовой работы.

Любая предметная область исследования может быть описана множеством математических моделей. Студентам необходимо конкретно ознакомиться с этой множественностью и выбрать одну-единственную модель, которая, с одной стороны, проста, с другой, — все еще описывает основные черты данного явления или процесса. Многие темы являются намерено многозначными (в особенности для высшей лиги), что предполагает со стороны студентов определенную работу выбора тех или иных приближений.

\*\*\*\*\*

1. Разработать программу, в которой по заданной траектории движения точки  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$  строится вектор скорости  $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$  и вектор ускорения  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ . Изобразить траекторию, годограф скорости и ускорения. В качестве примеров изобразить:

- движение тела, брошенного под некоторым углом к горизонту в поле притяжения Земли;
- движение точки обода колеса машины, которая совершает поворот на  $90^\circ$ ;
- движение броуновской частицы.

<sup>5</sup> Верма Р.Д. Справочник по функциям Win32 API. — М.: Горячая линия–Телеком, 2005. 551с.; Саймон Р. Microsoft Windows API. Справочник системного программиста. — К.: ООО “ТИД“ДС”, 2004. 1216с.

<sup>6</sup> Шилдт Г. MFC: основы программирования. — К.: Издательская группа BHV, 1997. 560с.

<sup>7</sup> Поляков А.Ю. Методы и алгоритмы компьютерной графики в примерах на Visual C++. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 416с.; Грегори К. Использование Visual C++6. Специальное издание. — М.; СПб.; К.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. 864с.; Глушаков С.В., Коваль А.В., Черепнин С.А. Программирование на Visual C++. — М.: ООО “Издательство АСТ”; Харьков: “Фолио”, 2003. 726с.; TeachPro. Программирование на MS Visual C++. — М.: Мультимедиа Технологии и Дистанционное Обучение, 2004. 432с.

<sup>8</sup> Бланиет Ж., Саммерфилд М. Qt 4: Программирование GUI на C++. — М.: “КУДИЦ-ПРЕСС”, 2008. 736с.; Шлее М. Qt 4.5 Профессиональное программирование на C++. — СПб.: “БХВ-Петербург”, 2010. 896с.

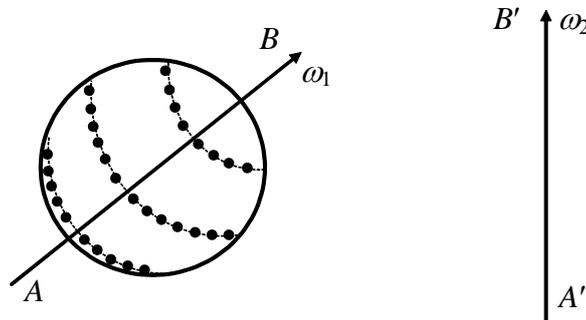
<sup>9</sup> Тихомиров Ю.В. OpenGL. Программирование трехмерной графики. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 304с.; Эйнджел Э. Интерактивная компьютерная графика. Вводный курс на базе OpenGL. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. 592с.

<sup>10</sup> Аврамова О.Д. Язык VRML. Практическое руководство. — М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. 288с.; Diel S. Distributed Virtual Worlds. Foundations and Implementation Techniques Using VRML, Java, and CORBA. — Berlin: Springer, 2001. 166р.

<sup>11</sup> Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic5. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 400с.

<sup>12</sup> Тревис Дж. LabVIEW для всех. — М.: ДМК Пресс: ПриборКомплект, 2005. 544с.

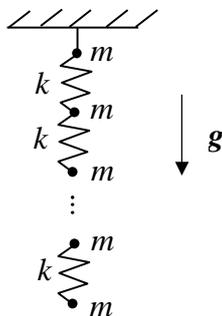
2. Визуализировать то, что увидит внешний наблюдатель<sup>13</sup>, раскручивая шар с разметкой, приведенной на рисунке, где  $\omega_1$  — угловая скорость вращения шара вокруг оси  $AB$ ,  $\omega_2$  — угловая скорость вращения оси  $AB$  вокруг оси  $A'B'$ .



3. Запрограммировать и визуализировать движение нерелятивистской частицы заряда  $q$  в скрещенных электрическом  $\mathbf{E}$  и магнитном  $\mathbf{H}$  полях, т.е. изучить динамику, описываемую уравнением  $m\dot{\mathbf{v}} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}]$ .
- 4\*. Запрограммировать и визуализировать движение релятивистской частицы заряда  $q$  в скрещенных электрическом  $\mathbf{E}$  и магнитном  $\mathbf{H}$  полях, т.е. изучить динамику, описываемую уравнением:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}].$$

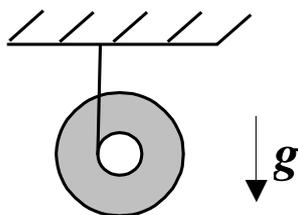
5. Построить и изобразить траекторию движения ракеты взлетающей из пункта  $A$  и приземляющуюся в пункт  $B$  на поверхности Земли (сопротивлением воздуха пренебречь).
- 6\*. Построить и визуализировать траекторию движения ракеты взлетающей из пункта  $A$  и приземляющуюся в пункт  $B$  на поверхности Земли, считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости.
7. Численно изучить и отобразить динамику цепочки из  $n-1$  одинаковых пружинок и  $n$  грузов массы  $m$  в поле тяжести Земли  $\mathbf{g}$ .



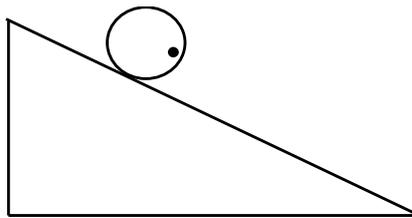
8. Представьте и изобразите бильярд, в котором из любого положения шар можно закатить в любую из шести луз одним ударом кия по шару.

<sup>13</sup> Хайкин С.Э. Физические основы механики. — М.: Наука, 1971. 751с.

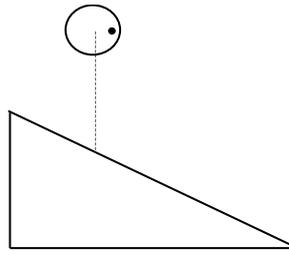
9. Рассчитать и изобразить поле деформаций для лежащих на горизонтальной поверхности металлических тел в форме пирамиды и шара.
10. Построить модель и визуализировать процесс слипания пары капель воды в условиях невесомости.
11. Для разгона сгустка заряженных частиц используют циклические ускорители. Разработать модель и программу, которая объясняет и иллюстрирует работу фазотрона.
12. Разработать модель и программу, которая объясняет и иллюстрирует работу синхротрона.
13. Разработать модель и программу, которая объясняет и иллюстрирует работу синхрофазотрона.
14. Исходя из законов Кеплера, воспроизвести динамику солнечной системы.
15. Пусть легкий, шероховатый шарик помещен во вращающийся сосуд. Изучить и изобразить поведение шарика в зависимости от угловой скорости вращения сосуда и его формы.
16. Построить графическую модель траектории движения маятника Фуко на различных широтах поверхности Земли.
- 17\*. Описать и представить графическую модель приливного эффекта воздействия Солнца на воды мирового океана.
- 18\*. Описать и визуализировать приливной эффект воздействия Луны на воды мирового океана.
19. Построить программу, изображающую упругий удар пары тел треугольной формы. Треугольники считать равносторонними и одинаковыми.
- 20\*. Построить программу, изображающую упругий удар пары тел в форме тетраэдров. Тетраэдры считать одинаковыми.
21. Смоделировать и визуализировать динамику маятника Максвелла.



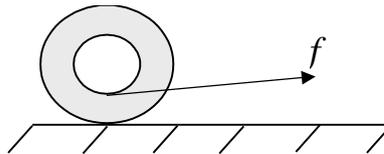
22. Построить программу, изображающую движение цилиндра по наклонной плоскости.



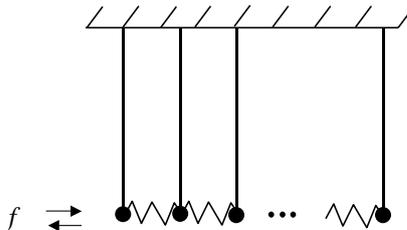
- 23\*. Построить программу, описывающую траектории движения точек поверхности легкого теннисного мячика при его падении на наклонную плоскость.



24. Построить сценарий программной реализации и модель поведения “непослушной” катушки<sup>14</sup>. Если катушку, лежащую на плоскости, плавно тянуть за конец нитки, образующий с плоскостью достаточно большой угол, то катушка будет откатываться назад. Чтобы притянуть катушку к себе, нужно держать нитку почти параллельно плоскости.



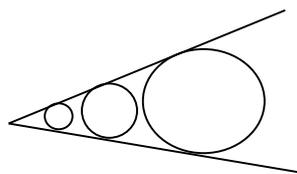
25. Построить модель и изобразить распространение импульса (волна сжатия-растяжения) в системе  $n$  одинаковых, связанных друг с другом пружинами, маятников.



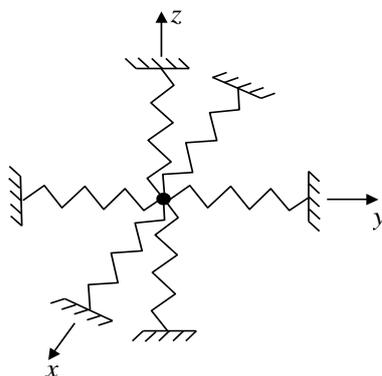
26. Пусть тела в форме куба, пирамиды и цилиндра погружаются в воду и плавают на поверхности. Построить модель динамического процесса и изобразить его для каждого из трех тел.
27. Построить модель аэродинамической трубы, в которой обдувается тело в форме самолета. Подобрать форму самолета так, чтобы подъемная сила скомпенсировала силу тяжести.
- 28\*. Смоделировать вихревую дорожку Кармана в следе обтекаемого газом (жидкостью) тела.
- 29\*. Возникновение подъемной силы при обтекании вращающегося цилиндра называется эффектом Магнуса. Параметризуя вязкость при взаимодействии атомов газа с цилиндром, построить модель и визуализировать эффект Магнуса.
30. При построении ударной волны, создаваемой летящей пулей, движение представляется в виде последовательности равных скачков. Каждый из этих скачков вызывает импульс сжатия, который распространяется во все стороны в виде шарового импульса. Огибающая шаровых импуль-

<sup>14</sup> Стрелков С.Э., Эльцин И.А., Яковлев И.А. Сборник задач по общему курсу физики. Ч.1. Механика. Электричество и магнетизм. — М.: Наука, 1964. 312с.

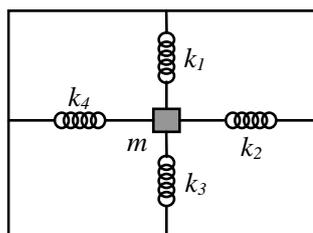
сов и есть ударная волна. Построить модель и изобразить ударную волну летящей пули со смещенным центром тяжести.



31. На рисунке приведена механическая система<sup>13</sup>, состоящая из легкого груза, на который действуют шесть пружин, направленных по трем взаимно перпендикулярным направлениям. Построить и нарисовать примеры траекторий движения груза в пространстве и дать классификацию этим траекториям.



32. (вариация задач 5.13 — 5.15, с.47 из<sup>15</sup>) Тело массы  $m$  колеблется без трения внутри коробки массы  $M$ , лежащей на поверхности стола. К телу прикреплены пружины с жесткостями  $k_1, k_2, k_3, k_4$ , концы которых закреплены на боковых стенках коробки. Изучить движение коробки и осуществить визуализацию, считая, что коэффициент трения между коробкой и столом равен  $\mu$  (см. также работу<sup>16</sup>).

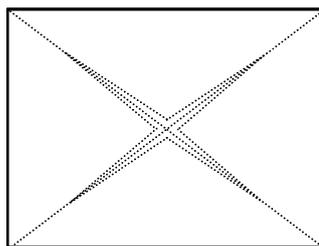


- 33\*. Если на металлическую пластину, натянутую на рамку, насыпать слой мелкого песка и затем возбуждать в ней колебания, проводя по краю пластины, то песок сыпается с колеблющихся частей пластины и скапливается в узловых линиях. Полученные таким образом картины распре-

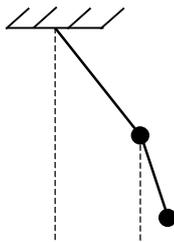
<sup>15</sup> Сборник задач по общему курсу физики: Учебное пособие для вузов в трех частях. Ч.1. Механика. Термодинамика и молекулярная физика/ Под ред. В.А. Овчинкина. — М.: Изд-во МФТИ, 1998. 416с.

<sup>16</sup> Черноусько Ф.Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу// ДАН. 2005. Т.405, №1. С.56 — 60.

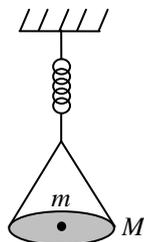
деления узловых линий называют фигурами Хладни<sup>13</sup>. Построить модель и изобразить эти фигуры.



34. Построить модель и изобразить колебания двойного маятника<sup>17</sup>.



35. (вариация задач 5.10, 5.11, с.46 из<sup>15</sup>) На чашке пружинных весов массы  $M$  покоится стальной шарик массы  $m$ . В начальный момент времени чашка приобретает скорость  $v_0$ . Построить уравнения, описывающие движения чашки и шарика и изучить их решения численно. Визуализировать динамический процесс в целом.



36. (вариация задач 9.155, 9.156, с.114 — 115 из<sup>15</sup>) Однородный тонкий стержень массы  $m$  и длины  $2l$ , поставленный вертикально на гладкую горизонтальную поверхность, начинает падать с нулевой начальной скоростью. Считая взаимодействие стержня с поверхностью абсолютно упругим, построить математическую модель динамики стержня, а также визуализировать искомые движения стержня.

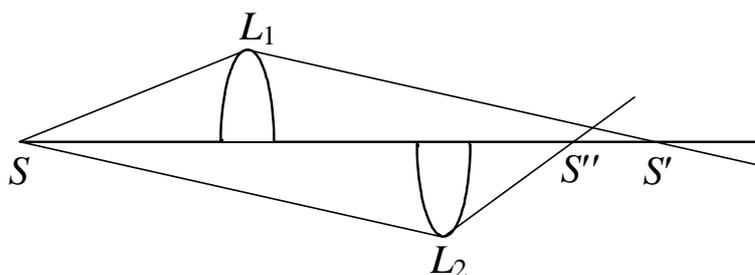
37. По Декарту радуга образуется в результате отражения солнечных лучей внутри водяных капель<sup>18</sup>. Лучи, претерпевшие внутри капли одно отражение, дают так называемую главную радугу или радугу первого по-

<sup>17</sup> Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. — М.: Госуд. изд-во физ.-мат. Литературы, 1960. 296с.

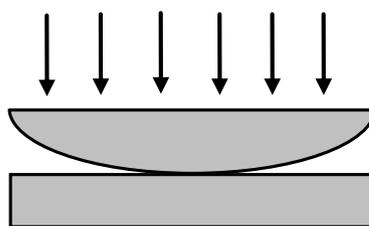
<sup>18</sup> Гинзбург В.Л., Левин Л.М., Рабинович М.С., Сивухин Д.В., Четверикова Е.С. Сборник задач по общему курсу физики. Ч.II. Оптика. Молекулярная физика и термодинамика. Атомная физика и физика ядра. — М.: Наука, 1964. 420с.

рядка. Лучи, претерпевшие двукратное отражение, дают побочную радугу или радугу второго порядка. Разместить ансамбль капель и освещение таким образом, чтобы получить галерею из радуг.

38. Гало, т.е. белые слабо окрашенные круги вокруг Солнца (или Луны) наблюдаются тогда, когда небо покрыто тонкой пеленой перистослоистых или высоких слоистых облаков. Гало происходит вследствие преломления световых лучей в беспорядочно ориентированных ледяных кристаллах, имеющих форму правильных шестигранных призм<sup>18</sup>. Построить модель и визуализировать явление путем подбора ансамбля ледяных кристаллов, освещения Солнца (Луны) и расположения наблюдателя.
39. На рисунке изображена схема установки<sup>18</sup> для наблюдения интерференционных полос. Линза разрезается по диаметру на две половинки  $L_1$  и  $L_2$ . Источник света  $S$  помещен на оптической оси. Световой пучок, проходящий через половину линзы  $L_1$ , перекрывается с пучком, проходящим через половину  $L_2$  на участке  $S'' S'$ . Построить трехмерную интерференционную картину.

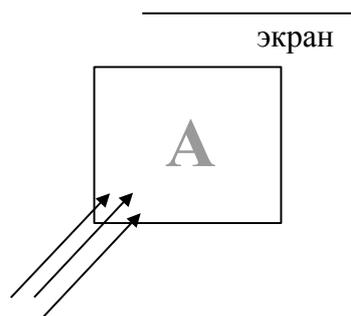


40. (вариация задачи 3.32, с.137 из<sup>19</sup>) Построить интерференционную картину (кольца Ньютона) в проходящем свете через оптическое устройство, приведенное на рисунке.



41. Далекий источник отбрасывает свет на непрозрачное тело, в котором вырезано отверстие в форме буквы "А". Построить изображение на экране.

<sup>19</sup> Сборник задач по общему курсу физики: Учебное пособие для вузов в трех частях. Ч.2. Электричество и магнетизм. Оптика/ Под ред. В.А. Овчинкина. — М.: Изд-во МФТИ, 1998. 368с.



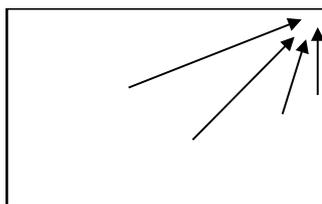
42. Построить модель и изобразить движение лодки под парусом.
- 43\*. Исходя из представлений, что свет состоит из фотонов, каждый из которых обладает импульсом  $h\nu/c$ , спроектировать солнечный парус для межпланетного полета в солнечной системе. Построить характерную траекторию полета с Земли на одну из планет, считая, что планеты солнечной системы движутся по кеплеровским орбитам.
44. Осуществить вычислительный эксперимент по определению уравнения состояния идеального газа, состоящего из  $N$  атомов. Рассмотреть случаи  $N=1, 10, 10^2, 10^5$ . Уравнение состояния связывает три величины давление, объем и температуру. В качестве объема выбрать сосуд цилиндрической формы, в который вдвигается поршень.
45. Осуществить вычислительный эксперимент по определению уравнения состояния идеального газа, состоящего из  $N$  атомов. Рассмотреть случаи  $N=1, 10, 10^2, 10^5$ . В качестве объема выбрать сосуд в форме тетраэдра. Аналогичные процедуры провести для тетраэдров в четырех и пятимерном пространствах.
46. Путем вычислительного эксперимента, на модели идеального газа показать наличие закона Дальтона, т.е. давление смеси газов равно сумме парциальных давлений. В качестве объема выбрать тетраэдр.
47. Используя модель идеального газа в поле силы тяжести Земли, воспроизвести распределение плотности атомов с высотой, известное как *барометрическая формула*.
48. Осуществляя вычислительный эксперимент, изучить распределение скоростей в модели идеального газа для сосуда в форме тетраэдра.
49. (по мотивам задачи 4.80, с.42 из<sup>20</sup>) По теории, разработанной Г. Герцем (1882г.), при столкновении упругих шаров сила взаимодействия пропорциональна деформации в степени  $3/2$ , т.е.  $F=kx^{3/2}$ . Построить модель газа, атомы в котором взаимодействуют по теории Г.Герца, найти уравнение состояния газа путем прямого компьютерного моделирования.
- 50\*. С помощью вычислительного эксперимента построить уравнение состояния для невзаимодействующих шаров, обладающих собственным вращением.

<sup>20</sup> Сборник задач по общему курсу физики: Учебное пособие для вузов в трех частях. Ч.1. Механика. Термодинамика и молекулярная физика/ Под ред. В.А. Овчинкина. — М.: Изд-во МФТИ, 1998. 416с.

51. С помощью вычислительного эксперимента построить адиабату Пуассона на примере моделирования адиабатического процесса в сосуде с поршнем, приведенном на рисунке.



- 52\*. В рамках модели идеального газа показать, что процесс движения атомов необратим. Построить динамику идеального газа в символических координатах. Продемонстрировать обратимый характер движения при обращении времени на примере локализации атомов в некоторой области сосуда.



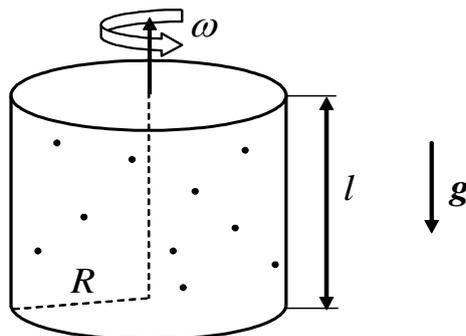
53. Поставить вычислительный эксперимент по работе тепловой машины, в которой в качестве рабочего тела выбирается идеальный газ, состоящий из  $N$  атомов.

54. Показать прямой имитацией, что при квазистатическом передвижении поршня в цилиндре, наполненном идеальным одноатомным газом, давление и объем газа связаны соотношением  $pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$ .

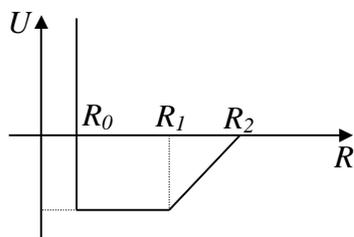
- 55\*. Решить предыдущую задачу для двухатомного газа. Показать, что  $pV^{\frac{7}{5}} = \text{const}$ .

56. Сосуд разделен перегородкой на две равные части объемом  $V$  каждая. В одной части находится азот, в другой кислород при одинаковых давлениях  $p$  и температурах  $T$ . В момент времени  $t=0$  в перегородке открывается небольшое отверстие площадью  $S$ . Найти давление в обеих частях сосуда в зависимости от времени<sup>18</sup>.

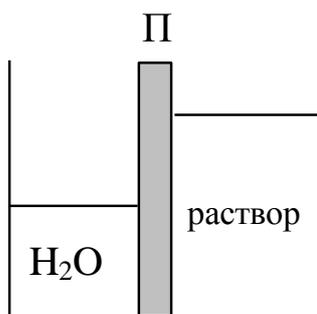
57. В рамках модели идеального газа найти и представить на компьютере распределение плотности молекул газа в цилиндре радиуса  $R$  и длиной  $l$ , вращающемся в поле тяжести вокруг своей оси с угловой скоростью  $\omega$ .



58. Представить жидкость в виде атомов, взаимодействующих согласно газу Ван-дер-Ваальса. Убедиться в законе Паскаля, в соответствии с которым передаваемое жидкостью во все стороны давление одинаково.
59. Построить уравнение состояния для газа атомов с потенциалом взаимодействия между атомами, представленном на рисунке. Изучить отдельно жидкую, газовую фазы и их комбинацию.

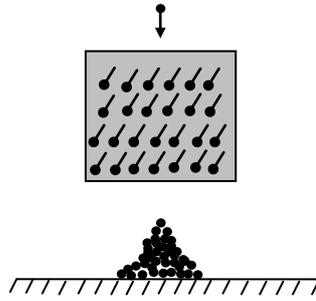


- 60\*. Построить модель и изобразить растворимость газа в жидкости. Убедиться, что растворимость газа пропорциональна давлению газа над раствором (закон Генри). В качестве модели жидкости выбрать жидкость из предыдущей курсовой работы.
- 61\*. Построить модель смеси пары жидкостей. В модели в зависимости от температуры предусмотреть возможность неограниченного и ограниченного смешения.
- 62\*. Построить микродинамическую модель осмоса. На рисунке П — полупроницаемая перегородка. Вода переходит в раствор, так будет происходить до тех пор, пока не установится определенная разность уровней между водой и раствором. Согласно теории (см., например, <sup>21</sup>), осмотическое давление  $p_{осм} = nkT/V$ ,  $n$  — число молекул растворенного вещества в растворе,  $V$  — объем раствора (формула Вант Гоффа).

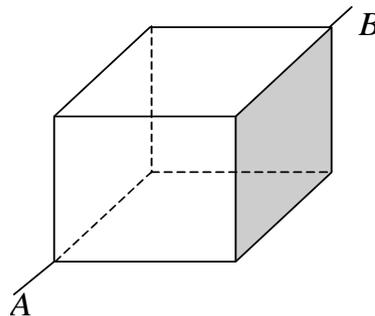


- 63\*. (вариация задачи 10.128, с.243 из<sup>20</sup>) Доска Гальтона имеет вид квадрата со стороной  $H$ , в которой вбиты  $N \gg 1$  гвоздиков. Сверху в нее запускают последовательно  $M$  стальных шариков радиуса  $r$ , который много больше радиуса гвоздика, но много меньше расстояния между ними. Изучить профили распределения горки из  $M$  шариков при различных способах размещения  $N$  гвоздиков в пределах квадрата Гальтона.

<sup>21</sup> Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1965. 384с.



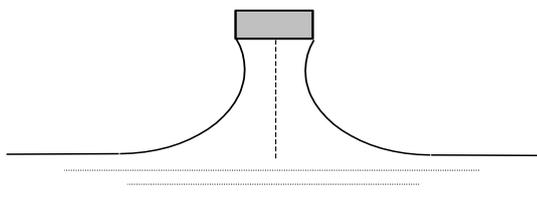
64. Пусть тело в форме куба ставится на ребро. Предложить несколько сценариев того, чтобы неустойчивое равновесие куба на ребре стало устойчивым.
- 65\*. Пусть тело в форме куба ставится на вершину. Предложить несколько сценариев того, чтобы неустойчивое равновесие куба на вершине стало устойчивым.
66. Разработать проект глобального позиционирования (по типу GPS, NAVSTAR, ГЛОНАСС и пр.), т.е. оценить число спутников, их орбиты, имея в качестве входного параметра точность  $h$  привязки к местности (например, для GPS  $h$  не хуже 3м).
67. Диск радиуса  $R$  заряжен равномерно с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Пусть сверху на диск падает заряженное с тем же знаком, что и диск, легкое тело. Построить траектории движения тела при различных начальных данных.
68. (по мотивам задач 5.1, 5.2 из<sup>22</sup>) Определить и изобразить магнитное поле в вакууме в окрестности “гофрированной окружности”, уравнение которой в полярной системе координат имеет вид  $r^{-1} = a^{-1} + b \cos m\varphi$ . Считать, что по проволоке течет некоторый ток  $I$ .
69. Из кусков проволоки спаян куб. К концам А и В приложена э.д.с. Построить распределение напряженности магнитного поля внутри и вне куба.



70. (задача 5.17 из<sup>22</sup>) Заряженный шарик радиуса  $R$  равномерно вращается вокруг своего диаметра с угловой скоростью  $\omega$ . Общий заряд шарика  $q$ . Найти и изобразить магнитное поле вне шарика в двух случаях: 1) заряд распределен равномерно по поверхности и 2) по объему шарика.

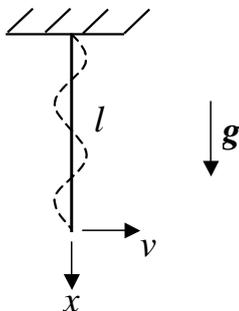
<sup>22</sup> Сборник задач по общему курсу физики: Учебное пособие для вузов в трех частях. Ч.2. Электричество и магнетизм. Оптика/ Под ред. В.А. Овчинкина. — М.: Изд-во МФТИ, 1998. 368с.

71. (задача 6.23 из<sup>22</sup>) Шар радиусом  $R$  из сверхпроводника I рода внесен в постоянное однородное магнитное поле с индукцией  $\mathbf{B}_0$ . Определить и визуализировать магнитное поле  $\mathbf{B}$  вне шара, если поле  $\mathbf{B}_0$  еще не разрушает сверхпроводимость в шаре. Найти и представить поверхностную плотность сверхпроводящего тока  $i$ .
72. (вариация задачи 12.47, с.117, из<sup>22</sup>) В резонаторе, который представляет собой кубик со стороной  $a$ , с идеально проводящими стенками и вакуумным наполнением возбуждена некоторая мода электромагнитных колебаний. Электрическое поле с амплитудой  $E_0$  ориентировано по оси  $z$ . Найти и графически построить вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}=\mathbf{S}(t,x,y,z)$  как функцию координат и времени.
73. Построить микроскопическую модель цепной реакции  $\text{H}_2+\text{Br}_2=2\text{HBr}$ , которая происходит по схеме:
- $\text{Br}_2+h\nu\rightarrow\text{Br}+\text{Br}$ ,
  - $\text{Br}+\text{H}_2\rightarrow\text{HBr}+\text{H}$ ,
  - $\text{H}+\text{Br}_2\rightarrow\text{HBr}+\text{Br},\dots$
74. Построить микроскопическую модель цепной реакции:  $2\text{H}_2+\text{O}_2=2\text{H}_2\text{O}$ , которая происходит по схеме:
- $\text{H}_2+\text{O}_2\rightarrow 2\text{OH}$  (например, при прохождении электрической искры),
  - $\text{OH}+\text{H}_2\rightarrow\text{H}_2\text{O}+\text{H}$ ,
  - $\text{H}+\text{O}_2\rightarrow\text{OH}+\text{O}$ ,
  - $\text{O}+\text{H}_2\rightarrow\text{OH}+\text{H},\dots$
75. Явление адсорбции заключается в скоплении посторонних веществ на поверхности жидких и твердых тел. Построить микроскопическую модель и представить графически адсорбцию газа в пористом теле.
76. Построить микроскопическую модель и изобразить адсорбцию газа на мелкораздробленном теле.
77. Построить микроскопическую модель трения твердых тел.
78. Бесконечно длинная прямоугольная пластинка кладется на поверхность смачивающей ее жидкости, увлекая за собой некоторое количество жидкости<sup>18</sup>. Найти и визуализировать профиль боковой поверхности жидкости, устанавливающейся под влиянием капиллярных сил и силы тяжести, при различных расстояниях пластинки от поверхности жидкости.



79. На трехмерную прямоугольную точечную решетку падает пучок рентгеновских лучей в направлении одного из ребер параллелепипеда, образующего ячейку решетки<sup>18</sup>. Изобразить направления на дифракционные максимумы и сами эти максимумы, а также определить условия, при которых эти максимумы возможны.

80\*. Уравнение, описывающее малые колебания абсолютно гибкой однородной нити, закрепленной на одном из концов, имеет следующий вид<sup>23</sup>:  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = g \frac{\partial}{\partial x} \left[ (l-x) \frac{\partial u}{\partial x} \right]$ . Изучить колебания нити, которая первоначально находится в вертикальном положении равновесия, а выводится из него щелчком в своей нижней части.



81\*. Изучить распределение тока  $i$  и напряжения  $v$  в цепи с проводом конечной длины  $l$ . Для расчета тока и напряжения использовать систему телеграфных уравнений<sup>23</sup>:

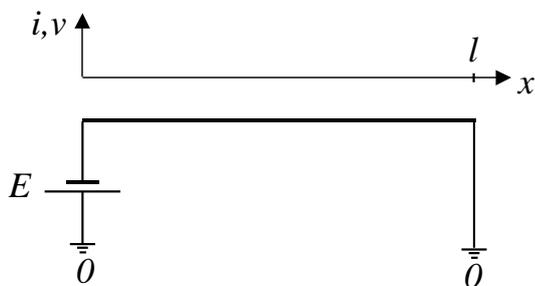
$$i_x + C v_t + G v = 0,$$

$$v_x + L i_t + R i = 0,$$

где  $C, L, R, G$  — емкость, коэффициент самоиндукции, сопротивление и утечка, рассчитанные на единицу длины. Граничные и начальные условия следующие:

$$i(0, x) = 0, \quad v(0, x) = 0,$$

$$v(t, 0) = E, \quad v(t, l) = 0.$$



82\*. Изучить колебания тонкого прямоугольного стержня, замурованного одним концом в стену<sup>23</sup>. Уравнение, описывающее колебания стержня, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0,$$

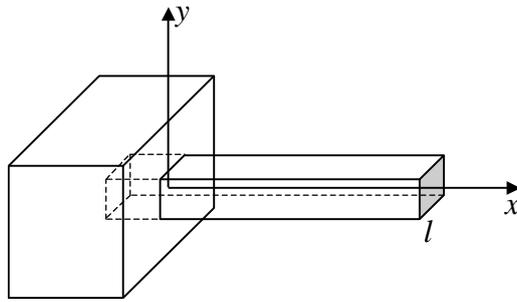
где в качестве начальных и граничных условий выбираются следующие выражения:

$$y(0, x) = f(x), \quad y_t(0, x) = g(x);$$

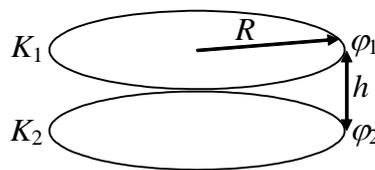
$$y(t, 0) = 0, \quad g_x(t, 0) = 0;$$

$$y_{xx}(t, l) = 0, \quad y_{xxx}(t, l) = 0.$$

<sup>23</sup> Тихонов А.Н., Самарский А.Н. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1972. 735с.

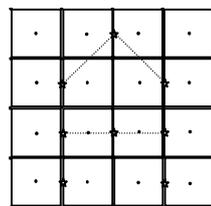


83\*. Построить и изобразить потенциал и напряженность электрического поля конденсатора, состоящего из двух круглых металлических пластин ( $K_1, K_2$ ). На математическом языке необходимо решить уравнение  $\Delta\varphi=0$  вне кругов  $K_1, K_2$ , а на кругах  $K_1, K_2$ :  $\varphi|_{K_1} = \varphi_1$ ,  $\varphi|_{K_2} = \varphi_2$ .



84\*. При столкновении нейтронов с ядрами урана происходит реакция деления ядер, сопровождающаяся появлением новых нейтронов, которые реагируют с другими ядрами и т.д. Таким образом происходит цепная реакция. Цепная реакция с точки зрения диффузионного приближения<sup>23</sup> описывается уравнением:  $u_t = a^2 \Delta u + \beta u$  ( $\beta > 0$ ), где  $u$  — концентрация нейтронов. Определить критические размеры реактора в форме бесконечного слоя, цилиндра и сферы. Вывести и изобразить соответствующие решения, считая на границе  $u=0$ , а в области реактора в начальный момент времени  $u$  имеет некоторое заданное распределение.

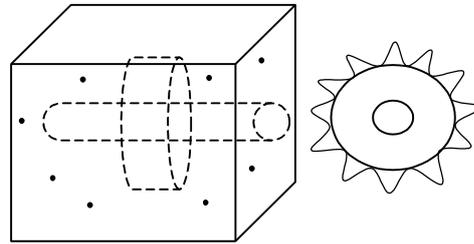
85. В 1990г. в компании ИВМ с помощью сканирующего туннельного микроскопа была сложена аббревиатура ИВМ из 35 ксеноновых атомов на грани (110) никелевого монокристалла. В рамках метода молекулярной динамики определить температуру, при которой символ “А”, собранный из 8 атомов золота на поверхности 100 монокристалла платины, все еще различим. Кристаллическая решетка платины является гранецентрированной.



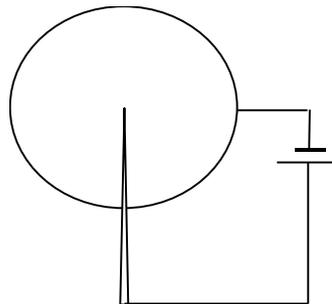
86\*. С помощью метода молекулярной динамики построить наномашину (о наномире можно ознакомиться в<sup>24</sup>), приведенную на рисунке. В емкости кубической формы находится молекулярный вал с колесом, на

<sup>24</sup> <http://decsy.ru/nanoworld>

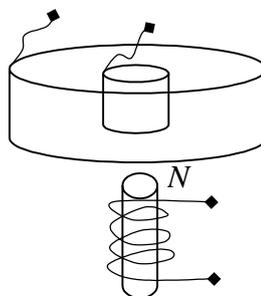
котором имеются зубцы. Изучить вращение вала со временем, считая, что вся система находится при некоторой температуре, а емкость содержит газ (некоторые наводящие соображения можно найти в<sup>25</sup>). Считать емкость, вал и колесо на валу собранными из атомов.



87\*. Смоделировать ионный микроскоп<sup>26</sup>, представленный на рисунке. Очень тонкая игла, диаметр кончика которой не более  $1000\text{\AA}$ , помещена в центре стеклянной сферы, из которой выкачан воздух. Внутренняя поверхность сферы покрыта проводящим слоем флуоресцирующего вещества, и между иглой и флуоресцирующим покрытием создана очень высокая разность потенциалов. Считая, что игла выполнена из вольфрама, построить изображение иглы на поверхности сферы прямым моделированием отрыва электронов от иглы и их осаждения на поверхности сферы.



88. Над северным полюсом сильного электромагнита помещена цилиндрическая электролитическая ванна, содержащая раствор медного купороса между медными электродами в форме цилиндров. Изобразить микродинамику ионов раствора.

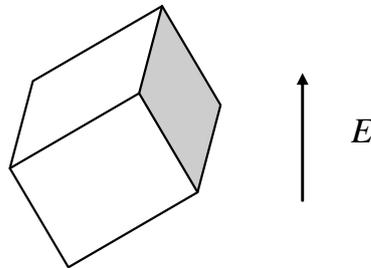


<sup>25</sup> Фейнман Р., Лейтон Р, Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.4. Кинетика. Теплота. Звук. — М.: Мир, 1965. 262с.

<sup>26</sup> Фейнман Р., Лейтон Р, Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.5. Электричество и магнетизм. — М.: Мир, 1966. 291с.

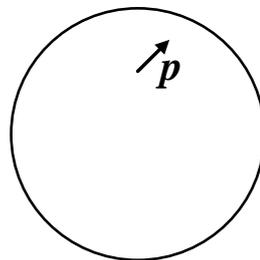
89. Два различных металла находятся в соприкосновении. Давление электронного газа в первом металле  $p_1$  и работа выхода электрона из этого металла  $A_1$ , давление электронного газа во втором металле  $p_2$  и работа выхода электрона из него  $A_2$ . Из данных металлов составляется термопара с двумя спаями, находящимися при температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Смоделировать и изобразить микродинамику образования электродвижущей силы. Считать, что давление  $p$  электронного газа в металле связано с концентрацией  $n$  электронов и температурой  $T$  металла соотношением  $p=nkT$ ,  $k$  — постоянная Больцмана.

90\*. (по мотивам задачи 4.4, с.120 из<sup>27</sup>) Полупроводник в форме куба находится в вакууме при температуре  $T=300^0\text{К}$ . Куб помещен во внешнее электрическое поле  $E=10^5$  В/см. Определить объемную концентрацию носителей тока в кубе. Диэлектрическая проницаемость полупроводника  $\varepsilon = 10$ .



91\*. (по мотивам задач 5.1 — 5.7, с.127 из<sup>27</sup>) Из сверхпроводящей тонкой проволоки собран проводник в форме куба. В ребрах куба течет ток достаточный, чтобы куб не падал на сверхпроводящую плоскость, т.е. куб “парит”, “левитирует”. Изучить динамику движения куба.

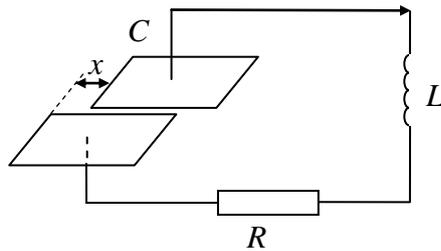
92. (вариации на тему задач 2.33 — 2.35 из<sup>22</sup>) В проводящую сферу радиуса  $R$  помещен точечный электрический диполь с моментом  $p$ . Построить и изобразить векторное поле напряженности электрического поля во всех точках внутри сферы.



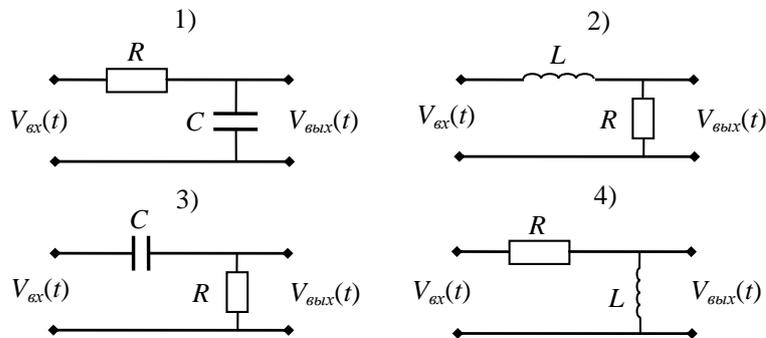
93. Изучить и начертить токи и напряжения в схеме, представленной на рисунке, считая, что величина сдвига пластин конденсатора друг отно-

<sup>27</sup> Сборник задач по общему курсу физики: Учебное пособие для вузов в трех частях. Ч.3. Атомная и ядерная физика. Структура вещества/ Под ред. В.А. Овчинкина. — М.: Изд-во МФТИ, 2001. 432с.

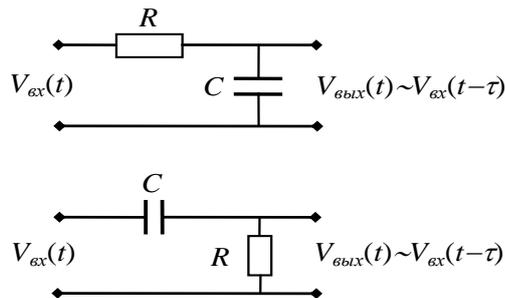
сительно друга пропорциональна току в цепи  $I(x=x_0+\alpha I)$  или напряжению на конденсаторе  $V(x=x_0+\beta V)$ .



94. На рисунке приведены аналоговые устройства интегрирования (1, 2) и дифференцирования (3, 4). Распорядитесь параметрами  $R, C, L$  так, чтобы соответствия  $V_{\text{вых}} \sim \int V_{\text{вх}}(t)dt$  и  $V_{\text{вых}} \sim dV_{\text{вх}}(t)/dt$  были наилучшими. Построить программу, демонстрирующую работу интегрирующих и дифференцирующих цепочек на примере произвольных входных сигналов.



95. На примере  $RC$ -цепочки смоделировать аналоговую линию задержки с заданным уровнем  $\tau$ .



96. (вариация задачи из<sup>28</sup>, с.43) Построить квантомеханический волновой пакет и с помощью визуальных средств одного из пакетов программирования исследовать его временную эволюцию.

97. (задача из<sup>28</sup>, с.62) Построить программу, которая находит и изображает связанные состояния, собственные значения и соответствующие собственные функции уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi$$

<sup>28</sup> Флюге З. Задачи по квантовой механике. Т.1. — М.: Мир, 1974. 341с.

случае прямоугольной потенциальной ямы  $V(x) = \begin{cases} -U, & |x| < a; \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$

98. (задача из<sup>28</sup>, с.81) Построить программу, которая находит собственные значения и визуализирует собственные функции уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi \quad \text{для гармонического осциллятора}$$

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2.$$

99. В квантовой механике (см., например, <sup>29</sup>) момент импульса  $\mathbf{M}$  микрочастицы характеризуется парой операторов:  $\mathbf{M}^2$  и  $M_z$ , собственные значения которых  $\mathbf{M}^2 = \hbar^2 l(l+1)$ ,  $M_z = \hbar m$ ,  $l = 0, 1, \dots$ ,  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ . Построить программу изображающую собственные функции  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  операторов  $\mathbf{M}^2$  и  $M_z$ . Функции  $Y_{lm}$  имеют следующий вид

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l-|m|)!(2l+1)}{(l+|m|)!4\pi}} P_l^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi},$$

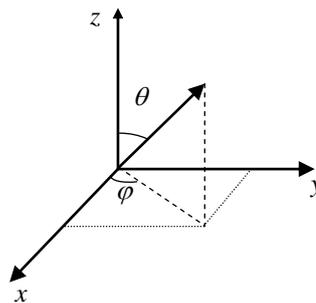
где  $P_l^{|m|}(\xi) = (1-\xi^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|m|}}{d\xi^{|m|}} P_l(\xi)$ ,  $P_l(\xi) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{d\xi^l} [(\xi^2 - 1)^l]$  — полиномы

Лежандра.

100\*. Написать программу изображающую плотность вероятности нахождения электрона в окрестности ядра заряда  $eZ$ , где  $e$  — заряд электрона,  $Z$  — заряд ядра. Как известно (см., например, <sup>29</sup>), искомая плотность вероятности  $w_{nlm}$  имеет следующий вид:

$$w_{nlm}(r, \theta, \varphi) r^2 dr d\Omega = R_{nl}^2(r) r^2 dr |Y_{lm}(\theta, \varphi)|^2 d\Omega,$$

где  $n$  — главное квантовое число,  $l$  — орбитальное число  $l = 0, 1, \dots, n$ ;  $m$  — магнитное число,  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ ;  $(r, \theta, \varphi)$  — сферическая система координат,  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  — элемент телесного угла.



<sup>29</sup> Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. — М.: Высшая школа, 1963. 620с.