

## СПИСОК

типовых задач к зачету по дисциплине “Компьютерная физика” (семестр III, ППП “MATLAB”)♥

**Задача №1.** Построить кривую зависимости числа простых чисел из интервала  $[1, n]$  в зависимости от  $n$ .

**Задача №2.** Построить кривую зависимости времени работы центрального процессора компьютера при вычислении детерминанта квадратной матрицы в зависимости от ее порядка.

**Примечание.** Должна получиться кубическая парабола, т.к. детерминант матрицы находится методом приведения матрицы к треугольному виду, на что требуется порядка  $n^3$  операций.

**Задача №3.** Написать программу вычисления определителя Вандермонда  $n$ -го порядка.

$$D_n = \det \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{\substack{i>j \\ i,j=1 \\ i,j=n}}^n (x_i - x_j)$$

**Задача №4.** Численно исследовать решения системы уравнений в зависимости от значения параметра  $\lambda$ .

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + \lambda x_4 = 1. \end{cases}$$

**Задача №5.** Решить матричное уравнение следующего вида.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{vmatrix} X \begin{vmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{vmatrix}$$

**Задача №6.** Для случайных матриц  $A$  убедиться в том, что верна точная аналитическая формула вида:  $\det \exp(A) = \exp(\text{Tr}(A))$ . Выяснить пределы применимости данной формулы.

**Примечание.** Воспользоваться функцией  $\expm$ .

**Задача №7.** Для случайных матриц  $A$  проверить выполнение формул вида:

---

♥ Список задач взят из учебного пособия: Плехотников К.Э., Волков Б.И., Задорожный С.С., Антонюк В.А., Терентьев Е.Н., Белинский А.В. Методы разработки курсовых работ. Моделирование, вычисления, программирование на C/C++ и MATLAB, виртуализация, образцы лучших студенческих курсовых работ. Учебное пособие/ Под общ. ред. К.Э. Плехотникова. — М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2006. 320с. (Серия “Библиотека студента”).

$$\text{Tr } A = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n,$$

$$\det A = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n,$$

где  $\lambda_i, i=1, \dots, n$  — собственные значения матрицы  $A$ .

**Примечание.** Использовать функции `det` и `eig`.

**Задача №8.** Изучить функцию `fzero(@F,x0)` на примере решения уравнения вида:

$$F(x) = \prod_{i=1}^n (x - i) = 0$$

при различных значениях параметра  $n$ . Выяснить пределы применимости работы алгоритма в зависимости от параметра  $n$ .

**Задача №9.** Изучить функцию `roots` на примере поиска корней уравнения  $(x+1)^n = 0$ .

**Задача №10.** Решить матричное уравнение, используя решатель `fsolve`.

$$\exp(X) - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**Задача №11.** Решить матричное уравнение, используя решатель `fsolve`.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} X^2 + \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} X + \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

**Задача №12.** Создать командную кнопку.

**Задача №13.** Создать текстовое поле с возможностью редактирования.

**Задача №14.** Создать координатные оси в графическом окне.

**Задача №15.** Изучить численно так называемое *логистическое* уравнение  $(y' = y - y^2)$ , описывающее, например, рост популяции бактерий.

**Задача №16.** Изучить численно *демографическое* уравнение  $y' = y^2$ , используемое для описания глобального роста человечества.

**Задача №17.** Численно изучить поведение тока в цепи с сопротивлением ( $R$ ), индуктивностью ( $L$ ) и источником напряжения ( $E_0 \sin(\omega t)$ ). Согласно законам электричества соответствующее уравнение для тока  $I$  имеет следующий вид:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{E_0}{L} \sin(\omega t).$$

Последнее уравнение в наших обозначениях и с точностью до некоторых констант приводится к виду:  $y' + y = \sin(x)$ . Решение последнего уравнения легко находится и равно  $y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + C \cdot e^{-x}$ .

**Задача №18.** Численно изучить решения уравнения Ван-Дер-Поля, которое хорошо известно в теории колебаний. Это дифференциальное уравнение второго порядка  $y'' - k(1 - y^2)y' + y = 0$  имеет в качестве решения устойчивый замкнутый цикл, который и порождает колебания релаксационного типа.

**Задача №19.** Создать графическое окно с осями координат axes. В этом окне проставить красные пентаграммы в местах нажатия левой клавиши мыши

**Задача №20.** Численно построить непериодическое решение нелинейного маятника. Движение нелинейного маятника описывается уравнением  $\varphi'' + \omega^2 \sin(\varphi) = 0$ . Можно проверить непосредственно, что уравнение нелинейного маятника допускает аналитическое решение вида:

$$\varphi = 2 \arcsin \left[ \frac{\exp(\pm 2\omega t) - 1}{\exp(\pm 2\omega t) + 1} \right],$$

при этом  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi'(0) = \pm 2\omega$ . Согласно (6), при  $t \rightarrow +\infty$  решение  $\varphi \rightarrow \pm\pi$ .

**Задача №21.** Пусть  $x$  — плотность популяции жертвы,  $y$  — плотность популяции хищника, тогда, согласно модели Лотки-Вольтерра, модели хищник-жертва, можно записать следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy, \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases} \quad (7)$$

где  $a, b, c, d = \text{const} > 0$ . Коэффициент  $a$  описывает интенсивность размножения жертв,  $b$  — выедание хищниками жертв,  $c$  — увеличение биомассы хищников за счет выедания жертв,  $d$  — интенсивность естественной смерти хищников.

Подобрать параметры  $a, b, c, d$ , а также начальные данные так, чтобы наблюдались периодические колебания, описывающие совместное проживание популяций жертв и хищников.